

DOI: <https://doi.org/10.54937/ssf.2023.22.1.109-121>

Využitie programu GeoGebra v intenciách primárneho matematického vzdelávania

The Use of the GeoGebra Program in the Intentions of Primary Mathematical Education

Lenka Valentová, Ivana Prachárová

Abstract

According to the results of the nationwide testing of fifth-grade students (T5), Slovak students have a problem with the problems from the thematic unit *Geometry and measurement*. One of the reasons may be the lack of visualization and manipulative activities during mathematics teaching. Visualization can be improved by using various computer programs focused on planar geometry. GeoGebra is one of these programs. The contribution offers the possibility of using the GeoGebra program to improve the mathematical concepts of primary education pupils.

Keywords: GeoGebra. Primary education. Mathematics. Visualization.

Úvod

Primárne matematické vzdelávanie je na Slovensku realizované v rámci predmetu matematika od 1. ročníka základných škôl. V predpísanom kurikulumnom dokumente, t. j. v „*Štátnom vzdelávacom programe pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy*“ (2015), ktorý rámcuje štátom vymedzené požiadavky na poskytovanie inštitucionálneho primárneho vzdelávania, je obsah predmetu matematika kategorizovaný v rámci vzdelávacej oblasti *Matematika a práca s informáciami* do 5 tematických celkov:

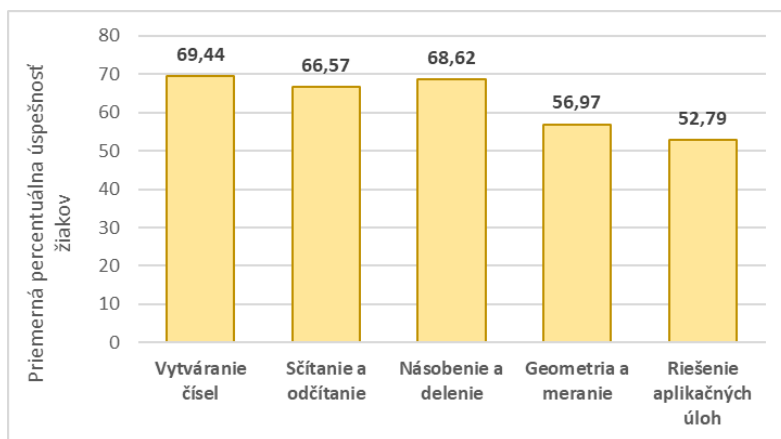
- Vytváranie prirodzených čísel;
- Sčítanie a odčítanie prirodzených čísel;
- Násobenie a delenie v obore násobilky;
- Geometria a meranie;
- Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie.

Úspešnosť žiakov primárneho vzdelávania v úlohách z jednotlivých tematických celkov bola zisťovaná v rámci celonárodného testovania piatakov T5, ktoré každoročne (s výnimkou roku 2020, kedy testovanie neprebehlo

z dôvodu pandémie) organizuje *Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania* (NÚCEM). Vzhľadom na to, že testovanie žiakov piateho ročníka základnej školy prebieha spravidla na začiatku školského roka, výsledky tohto testovania odzrkadľujú dosiahnutú úroveň vedomostí žiakov pri výstupe z primárneho stupňa vzdelávania.

Ako je zobrazené v Grafe 1, slovenskí žiaci v sledovanom období rokov 2016-2019 dosiahli najnižšiu percentuálnu úspešnosť v úlohách z tematického celku *Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie* (52,79%), a tiež v celku *Geometria a meranie* (56,97%). Naopak, najvyššie skóre (necelých 70%) dosiahli žiaci v tematickom celku *Vytváranie prirodzených čísel v číselnom obore do 10 000*.

Graf 1: Priemerná percentuálna úspešnosť žiakov 5. ročníka v tematických celkoch v období rokov 2016-2019 (Jurečková, Valentová, 2022)



Na riešenie 30 testových úloh mali žiaci vyhradených 60 minút, pričom nesmeli používať pravítka, kalkulačky, zošity, učebnice z matematiky ani žiadnu inú literatúru v predmetnej tematike. Aj z toho dôvodu predpokladáme, že jednou z možných príčin neúspešnosti (aspoň pre niektorých žiakov) v tematickom celku *Geometria a meranie* mohla byť absencia pomôcok (najmä pravítok), s ktorými sú žiaci zvyknutí pracovať, a ktoré im pomáhajú pri riešení rôznych geometrických úloh. Za ďalšie možné príčiny neúspešnosti žiakov 5. ročníka považujeme:

- nedostatok vizuálnych vnemov pri vyučovaní matematiky;
- nedostatok manipulačných činností počas hodín matematiky;
- nedostatok podnetov a stimulov v predškolskom veku;
- nerešpektovanie kognitívneho vývinu dieťaťa mladšieho školského veku;
- nezisťovanie úrovne prekonceptov a miskonceptov u detí mladšieho školského veku, a ďalšie (Žilková, 2013; Horňáková, 2020; Valentová, 2022).

Súvzťažne s vyššie ilustrovaným podčiarkujeme, že pre zabezpečovanie hodnotnej prípravy detí mladšieho školského veku rešpektujúc rozkvet inovácii či dynamický rozvoj ako vedy a techniky je dôležité, aby učitelia matematiky na primárnom stupni vzdelávania brali do úvahy predovšetkým dosiahnutú úroveň kognitívneho vývinu dieťaťa mladšieho školského veku. Na tomto mieste nemožno ďalej nevyzdvihnúť aj slová profesora Petláka (2012) aby súčasná reálna pedagogická prax akceptovala znamenité teoretické rozpracovanie jednotlivých edukačných rovín orientovaných na inovácie či prosperujúce koncepcie a stratégie výučby, ktoré rešpektujú individuálnu autonómiu každého jedného žiaka primárneho vzdelávania vrátane jeho učebného štýlu i štádií psychického vývinu. Okrem zmieňovaných atribútov, ktoré účelne podporujú strategický rozvoj osobnosti dieťaťa mladšieho školského veku, je rovnako dôležité výchovno-vzdelávací proces proponovať a organizačne realizovať s rešpektovaním zásad a princípov, ktoré reflektujú početné súčasné konverzie dotýkajúce sa oblasti školstva a požiadaviek kladených na výchovno-vzdelávací proces. V predmete matematika je okrem zmieňovaného rovnako exponovaným aj:

- zapájať čo najviac zmyslov dieťaťa mladšieho školského veku počas vyučovania a v samotnom procese učenia sa dieťaťa;
- vizualizovať učivo;
- využívať počas vyučovania matematiky dostatok modelov a didaktických pomôcok, ktoré približujú čo najvernejšie realitu;
- umožňovať deťom manipulačné činnosti, aby získavali poznatky priamou činnosťou a skúsenosťou;
- zisťovať aktuálnu vedomostnú úroveň, resp. prekoncepty a záujmy dieťaťa mladšieho školského veku;
- tvorivá práca učiteľa pri plánovaní a organizovaní výchovno-vzdelávacieho procesu, ktorý aktívne využíva širokú paletu didaktických metód podporujúcich záujem dieťaťa mladšieho školského veku o učenie a zintenzívňuje ich pozornosť, príp. motiváciu k učeniu sa a objavovaniu nového, neznámeho (Petty, 2008; Petlák, 2020; Žilková, 2013).

Uvedené odporúčania sú vytvorené na základe toho, že elementárne matematické (pre účely príspevku konkrétne geometrické) vedomosti si osvojujú už deti na predprimárnom stupni vzdelávania, a to najmä prostredníctvom hry a praktických činností. Z toho dôvodu je v rámci predprimárneho (a neskôr aj primárneho) vzdelávania dôležité ponúknuť deťom mladšieho školského veku dostatok vhodných reálnych modelov, ktorými si môžu jednoduchšie osvojiť matematické (geometrické) pojmy. Modely sú pre deti dôležité predovšetkým na korektné osvojenie pojmov a získavanie nových vedomostí. Toto spredmetňovanie predstáv o matematických pojmoch môže byť za efektívneho využívania modelov podľa Žilkovej (2013, s. 20) realizované na rôznych úrovniach:

- na úrovni haptickej manipulácie, ide o manipulácie s konkrétnymi predmetmi – modelmi;

- na úrovni virtuálnej manipulácie sú využívané predovšetkým manipulácie s modelmi vo virtuálnom prostredí;
- v neposlednom rade na úrovni mentálnej manipulácie sa využívajú manipulácie s modelmi v predstavách.

V predprimárnom a primárnom vzdelávaní je častejšie využívaná práve manipulácia s konkrétnymi predmetmi, a to z dôvodu aktuálneho materiálneho zabezpečenia škôl. Je však dôležité podotknúť, že postupná modernizácia školstva ponúka v súčasnosti mnohým učiteľom materských, základných, stredných a vysokých škôl možnosť využívať vo výchovno-vzdelávacom procese aj elektronické učebné pomôcky, ako napr. interaktívnu tabuľu, počítač, tablety, či dataprojektory. Práve vďaka uvedenému vybaveniu si môžu aj deti mladšieho školského veku osvojovať nové matematické pojmy aj prostredníctvom virtuálnej manipulácie.

Žilková (2013) v predmetnej problematike vyzdvihuje v rámci virtuálnej manipulácie práve interaktivitu a dynamiku informačno-komunikačných technológií. V súvislosti s dynamikou autorka spomína, že v súčasnosti existujú rôzne „*kvalitné softvérové produkty, v ktorých môžeme aplikovaním geometrických vzťahov a transformácií modelovať a interaktívnym manipulovaním skúmať rôzne geometrické situácie*“ (Žilková, 2013, s. 24). V rámci softvérových produktov existuje skupina programov, ktorá je nazývaná Dynamické geometrické systémy (DGS). Jedná sa o programy a aplikácie, ktoré sa využívajú na vyučovanie geometrie v rovinnom priestore. Produkty patriace do DGS sa podľa Žilkovej (2011) vyznačujú nasledujúcimi atribútmi, a to: (1) interaktivitou, (2) dynamikou, (3) vizualizáciou, (4) schopnosťou realizovať geometrické modelovanie. Medzi najznámejšie a najčastejšie využívané programy patrí napr. Cabri II Plus, či GeoGebra. Súhlasne s našou intenciou i motiváciou pri koncipovaní príspevku našu pozornosť ďalej venujeme práve programu GeoGebra a jeho možnému využitiu v primárnom matematickom vzdelávaní.

Softvér GeoGebra

Ako už bolo vyššie spomenuté, podľa Žilkovej (2011) patrí program GeoGebra medzi Dynamické geometrické systémy, ktoré sú zamerané na vyučovanie rovinatej geometrie na všetkých stupňoch vzdelávania. Je však nevyhnutné spomenúť, že okrem rovinatej geometrie sa môžu žiaci a študenti vzdelávať aj v oblasti priestorovej geometrie (stereometrie), ale aj v oblasti algebry, tabuliek, grafov, či štatistiky (GeoGebra.org).

Softvér GeoGebra je bezplatný pre všetkých pedagógov, žiakov, študentov a tých, ktorí učia a chcú sa učiť. Je voľne dostupný na internetovej stránke „GeoGebra.org“, na ktorej sa môže používať priamo v prehliadači, prípadne existuje aj možnosť stiahnutia tohto softvéru do zariadenia (počítača alebo tabletu), kde môže byť použitá v offline režime. Čo sa týka licencie, GeoGebra je možné používať neobmedzene, ak sa jedná o nekomerčné použitie (GeoGebra.org).

GeoGebra umožňuje používateľom pracovať na čistej ploche, či v sieti určitého tvaru (štvorcová, trojuholníková, kruhová), pričom ponúka aj rôzne funkcie, či už vytvorenie úsečiek s určitou dĺžkou, vytvorenie kružnice, pomenovanie bodov, tvorbu poznámok, alebo vloženie obrázkov. V priebehu konštrukcie, ako aj na záver, ponúka softvér GeoGebra možnosť jednotlivé kroky konštrukcie prehrať plynule za sebou, krok po kroku. To umožňuje vrátiť sa ku konštrukcii aj spätne, bez presného pamätania si postupu konštrukcie.

Vzhľadom na to, že GeoGebra ponúka používateľom množstvo rôznych funkcií a práca v nej nie je výrazne náročná, považujeme ju za vhodnú pre využitie v základných školách na vyučovacích hodinách matematiky a informatiky. V nasledujúcej kapitole ponúkame možnosti využitia tohto softvéru práve počas vyučovania matematiky.

Využitie programu GeoGebra na hodine matematiky

Strategické vzdelávanie detí mladšieho školského veku v agilnej činnosti podporujúce rozvoj logického myslenia a operovania s abstraktnými pojmami má slovami Piageta prebiehať na tomto stupni vzdelávania, resp. v štádiu konkrétnych operácií výlučne vo vzťahu ku konkrétnym, zmyslami vnímaným objektom (Piaget, in Johnson, a kol. 2015; Piaget in Piaget, inhelderová, 1997). V primárnom matematickom vzdelávaní pri modelovaní nových matematických pojmov a rozvíjaní matematických predstáv sú podpornými atribútmi práve modely, modelovanie a dostatočná vizualizácia učiva. V súvislosti s hľadaním inšpiratívnej platformy námetov a skúseností pri kreovaní nových modelov výchovno-vzdelávacej práce je jednou z možností práve prostredie dynamickej geometrie. V tejto súslednosti ďalej predstavujeme jednu aktivitu a jej variácie spočívajúce vo využití výpočtovej techniky vrátane interaktívnej tabule (príp. tabletov, počítačov) vo výchovno-vzdelávacom procese.

Medzi základné konštrukcie, ktoré sa žiaci na primárnom stupni vzdelávania učia, patrí okrem iného aj rysovanie priamky, polpriamky, úsečky (bez aj so zadáním dĺžky), rysovanie uzavretej lomenej čiary, označovanie a pomenovanie bodov, rysovanie konkrétnych rovinných útvarov v štvorcovej sieti a pod. (Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy, 2015). Predmetné konštrukcie je možné realizovať aj v programe GeoGebra.

Na základe toho, čo by žiaci primárneho vzdelávania mali zvládať a ovládať, sme navrhli jednu úlohu, ku ktorej sme vytvorili viacero variantov, ako ju môžu učitelia matematiky využiť počas vyučovania. Zadanie vytvorenej úlohy je zobrazené na Obr. 1. Úloha v sebe zahŕňa aj prirodzenú motiváciu – žiaci musia ochrániť ovečku pred vlkom tým, že prostredníctvom úsečiek vytvoria štvorholník (PLOT), t.j. uzavretú lomenú čiaru.

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonstruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiar píšmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8 \text{ cm}$, $|LO| = 8 \text{ cm}$, $|OT| = 8 \text{ cm}$, $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiaru manipuluj s úsečkami, ktoré sú uložené v tráve. Keď budeš mať skonštruovanú uzavretú lomenú čiaru, nezabudni spojiť body.



Obr. 1: Zadanie úlohy „Ovečka“ v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

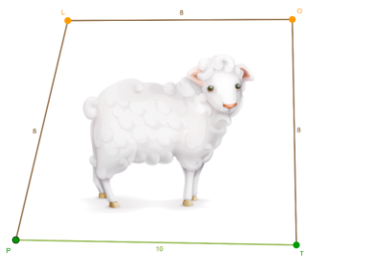
Úlohu je možné realizovať rôznymi spôsobmi. Nasledujúca séria obrázkov (Obr. 2 a Obr. 3) obsahuje rôzne spôsoby, ako môžu učitelia túto úlohu žiakom zadať a ako ju môžu žiaci riešiť.

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonstruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiar píšmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8 \text{ cm}$, $|LO| = 8 \text{ cm}$, $|OT| = 8 \text{ cm}$, $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiaru manipuluj s úsečkami, ktoré sú uložené v tráve. Keď budeš mať skonštruovanú uzavretú lomenú čiaru, nezabudni spojiť body.



Obr. 2: Riešenie úlohy „Ovečka“ v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

Pri tejto úlohe učiteľ pracuje so žiakmi v pokynoch: *Kliknite na režim pohyb a vyberte vrchol úsečky, ktorá má dĺžku 8 cm. Držte stlačené tlačidlo myši a pohybujte s úsečkou, presuňte ju.* Žiaci pohybom ľubovoľného vrcholu úsečky s dĺžkou 8 cm prenású na pozíciu bližšie k ovečke tak, aby sa k nej dali pripojiť ďalšie a vytvorili uzavretú lomenú čiaru. Učiteľ ďalej pracuje v pokynoch a dáva pozor, príp. žiakov upozorňuje, aby si nezabudli pomenovať vrcholy v už presunutej úsečke podľa zadania: *kliknite pravým tlačidlom na vrchol a vyberte možnosť premenuj.*

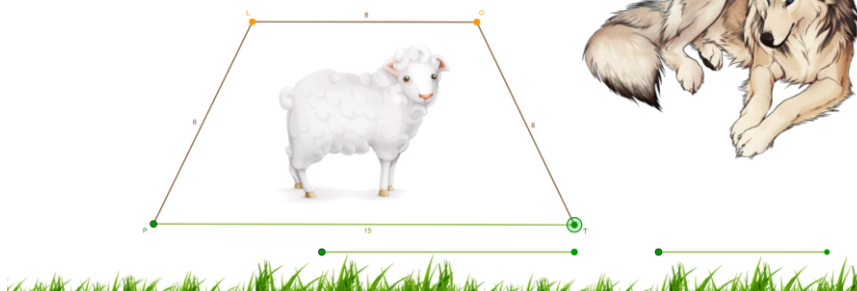
Po dokončení úlohy a vytvorení uzavretej lomenej čiary vedie učiteľ so žiakmi rozhovor o tom, akú dĺžku má úsečka TP. Vďaka možnostiam programu ich inštrukciou navedie k tomu, aby pridali k tejto úsečke, ktorú si vybrali z troch ponúkaných možností, hodnotu. Následne budú viesť rozhovor o tom či všetci splnili zadanie úlohy (jedna z úsečiek má len 6 cm), a či splnili zadanie aj tí, ktorí vybrali úsečku ktorá má 9 cm alebo tí, čo vybrali úsečku, ktorá má 10 cm. Žiaci odpovedajú na otázky, čo majú spoločné riešenia a utvrdzujú si poznatky o štvoruholníkoch.¹

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonštruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiary písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8 \text{ cm}$, $|LO| = 8 \text{ cm}$, $|OT| = 8 \text{ cm}$, $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary manipuluj s úsečkami, ktoré sú uložené v trávě. Keď budeš mať skonštruovanú uzavretú lomenú čiaru, nezabudni spojiť body.



Obr. 3: Obmena riešenia úlohy „Ovečka“ v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

¹ Riešenie tejto úlohy môže byť sprevádzané aj manipuláciou s konkrétnymi predmetmi, t. j. modelmi na úrovni haptickej manipulácie tak, aby sa hodina nezmenila len na konštruovanie objektov a žiaci by si neosvojili dostatočne nové poznatky zo záverov z jednotlivých úloh. Inšpiratívnym námetom pre činnosť v tejto úrovni manipulácie je napr. Fröbelova hrachová hra, ktorá umožňuje pomocou hrachu (reprezentácia vrcholu) a tenkého drevka (reprezentácia úsečky) konštruovať nové formy dvojrozmerných objektov (Welhousen, Kieff, in Prachárová, 2021).

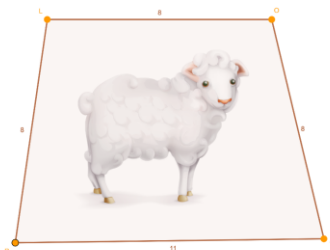
Z ilustrovanej základnej schémy sa dajú odvodiť aj ďalšie, rôznorodé činnosti, ktoré môžu efektívne posilňovať predstavu žiakov o pojme uzavretá lomená čiara, resp. štvoruholník. Pomocou režimu *pohyb* žiaci môžu v programe GeoGebra manipulovať s vyznačeným vrcholom T (viď. Obr. 3) a zmeniť veľkosť úsečky. Majú tak možnosť pozorovať a objavovať nové možnosti riešenia úlohy.

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonstruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiary písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8$ cm, $|LO| = 8$ cm, $|OT| = 8$ cm, $|TP| \geq 8$ cm.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary vyber režim *mnohouholník*. Na nákrese kliknutím označ vrcholy budúcej uzavretej lomenej čiary a uzavri ju kliknutím na prvý vrchol (P).



Obr. 4: Obmena riešenia úlohy „Ovečka“ – Konštrukcia štvoruholníka v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

Obmenu riešenia úlohy „Ovečka“ ilustrovanú pomocou Obr. 4 sprevádza mravček s dodatočnou inštrukciou, aby žiaci pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary vybrali režim *mnohouholník*. Učiteľ môže zadať žiakom úlohu, aby si v skupine pred samotným riešením úlohy v programe GeoGebra načrtli svoj predpoklad do zošita a následne v programe pomocou režimu *mnohouholník* vyznačili kliknutím vrcholy na nákrese a uzavreli ju kliknutím na prvý vrchol, t. j. vrchol P. Po dokončení úlohy za skupinu odprezentujú svoje predpoklady a riešenia úlohy v programe. Pomocou induktívnych otázok, ktoré kladie učiteľ žiakom môžu na elementárnej úrovni objaviť podmienku pre uzatvorenú lomenú čiaru, pre ktorú platí, že $PL, LO \dots TP$, čím má vzniknúť uzavretá lomená čiara, spolu s časťou roviny ohraničenou touto lomenou čiarou, ktorá sa nazýva štvoruholník.

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonstruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiarly písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8\text{ cm}$, $|LO| = 8\text{ cm}$, $|OT| = 8\text{ cm}$, $|TP| \geq 8\text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiarly použi režim voľný tvar a pospájaj vrcholy P, L, O, T.



Obr. 5: Zadanie úlohy „Ovečka“ 2 v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

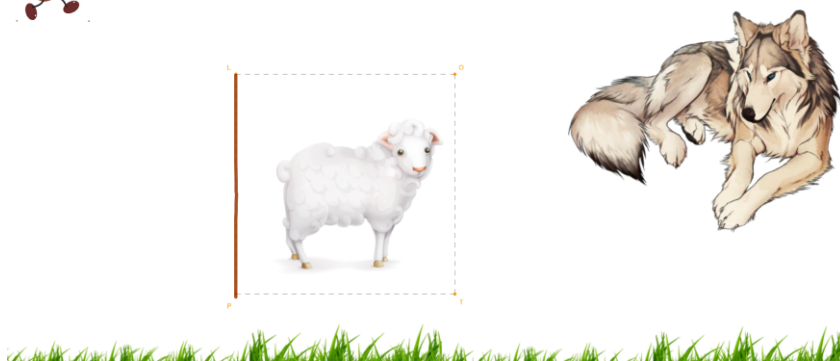
Pre žiakov v nižších ročníkoch primárneho vzdelávania pri úvodnom zoznamovaní sa s programom GeoGebra môže učiteľ úlohu navrhnúť tak, že žiaci využijú režim *voľný tvar*, ktorý im umožňuje nakresliť rovinný geometrický útvar – štvoruholník (PLOT) podľa pokynov, t.j. uzavretú lomenú čiaru (vid'. Obr. 5, Obr. 6 a Obr. 7).

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonstruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiarly písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8\text{ cm}$, $|LO| = 8\text{ cm}$, $|OT| = 8\text{ cm}$, $|TP| \geq 8\text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiarly použi režim voľný tvar a pospájaj vrcholy P, L, O, T.



Obr. 6: Postup riešenia úlohy „Ovečka“ 2 v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

Učiteľ môže žiakom v programe predznačiť čiary, ktoré má žiak obtiahnuť (viď. Obr. 6), príp. zapnúť zobrazenie štvorcovej siete (viď. Obr. 7).

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonštruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiary písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8 \text{ cm}$, $|LO| = 8 \text{ cm}$, $|OT| = 8 \text{ cm}$, $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary použi režim voľný tvar a pospájaj vrcholy P, L, O, T.



Obr. 7: Riešenie úlohy „Ovečka“ 2 v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonštruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiary písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8 \text{ cm}$, $|LO| = 8 \text{ cm}$, $|OT| = 8 \text{ cm}$, $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary postupuj podľa daného postupu. Využívaj pri tom funkcie bod, spojť bod, úsečka, úsečka s danou dĺžkou a priamka.

Zápis

Dané: $|PL| = 8 \text{ cm}$,
 $|LO| = 8 \text{ cm}$,
 $|OT| = 8 \text{ cm}$,
 $|TP| \geq 8 \text{ cm}$.

Úloha: skonštruovať $n=4$
 PL, LO, OT, TP

Postup konštrukcie

1. PL; $|PL| = 8 \text{ cm}$
2. p; $p; L \in p \wedge P \notin p$
3. LO; $|LO| = 8 \text{ cm} \wedge LO \in p$
4. v; $v; O \in v \wedge L \notin v$
5. OT; $|OT| = 8 \text{ cm} \wedge OT \in v$
6. TP; $|TP| \geq 8 \text{ cm}$
7. $n=4$



Obr. 8 Zadanie úlohy „Ovečka“ 3 v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

Gradovaná úloha „Ovečka“, ktorú ilustrujeme pomocou Obr. 8, je orientovaná na konštrukciu uzavretej lomenej čiary – štvoruholníka (PLOT) podľa postupu, ktorá umožňuje žiakom zaznamenávať samotnú dynamiku konštrukcie. Okrem samotnej dynamiky konštrukcie môžu žiaci experimentálne manipulovať s výsledným objektom, v neposlednom rade výhodou tejto funkcie v programe GeoGebra je, že žiakom efektívne demonštruje potrebu presnej konštrukcie.

KONŠTRUKCIA UZAVRETEJ LOMENEJ ČIARY

Skonštruuj pomocou štyroch úsečiek uzavretú lomenú čiaru okolo ovečky tak, aby sa k nej nedostal vlk. Nezabudni počas konštruovania postupne označovať vrcholy uzavretej lomenej čiary písmenami P, L, O, T, pričom sú dané aj dĺžky úsečiek nasledovne $|PL| = 8\text{ cm}$, $|LO| = 8\text{ cm}$, $|OT| = 8\text{ cm}$, $|TP| \geq 8\text{ cm}$.



Pri konštruovaní uzavretej lomenej čiary postupuj podľa daného postupu. Využívaj pri tom funkcie bod, spojiť bod, úsečka, úsečka s danou dĺžkou a priamka.

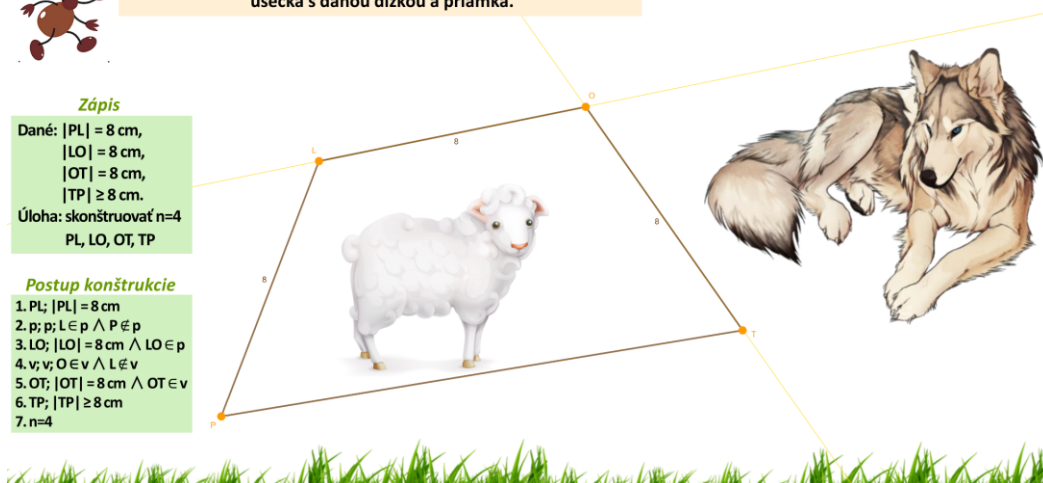
Zápis

Dané: $|PL| = 8\text{ cm}$,
 $|LO| = 8\text{ cm}$,
 $|OT| = 8\text{ cm}$,
 $|TP| \geq 8\text{ cm}$.

Úloha: skonštruovať $n=4$
PL, LO, OT, TP

Postup konštrukcie

1. PL; $|PL| = 8\text{ cm}$
2. p; p; $L \in p \wedge P \notin p$
3. LO; $|LO| = 8\text{ cm} \wedge LO \in p$
4. v; v; $O \in v \wedge L \notin v$
5. OT; $|OT| = 8\text{ cm} \wedge OT \in v$
6. TP; $|TP| \geq 8\text{ cm}$
7. $n=4$



Obr. 9: Riešenie úlohy „Ovečka“ 3 – Konštrukcia uzavretej lomenej čiary v programe GeoGebra (spracované v: <https://www.geogebra.org/>)

Záver

V introdukcii príspevku sme našu pozornosť sústredili na identifikáciu problémových tematických celkov z T5 v sledovanom období rokov 2016-2019. Jedným z tematických celkov, v ktorom slovenskí žiaci v sledovanom období dosiahli najnižšiu percentuálnu úspešnosť v úlohách bol aj celok *Geometria a meranie*. Vychádzajúc ako z výskumných zistení i analýzy príčin neúspešnosti žiakov 5. ročníka konštatujeme, že je strategicky zlomovým využívať v primárnom matematickom vzdelávaní dostatok modelov pre získavanie vedomostí a spredmetňovanie predstáv o matematických pojmoch. V tomto kontexte v príspevku vyzdvihujeme práve program GeoGebra, ktorý patrí

medzi Dynamické geometrické systémy orientované na vyučovanie jedného z významných odvetví matematiky, t. j. geometrie na všetkých stupňoch vzdelávania. Príspevok tak na konkrétnych príkladoch ponúka možnosti ako komponovať a implementovať program dynamickej geometrie GeoGebra v primárnom matematickom vzdelávaní a ponúka tak námet ako efektívne rozvíjať matematické kompetencie a využívať matematické myslenie na riešenie problémov a úloh s použitím vybraných informačno komunikačných technológií pri učení sa, čo je kľúčovým cieľom nielen vzdelávacej oblasti *Matematika a práca s informáciami*, ale i cieľom moderného vzdelávania.

Bibliografia

- GeoGebra. © 2022 GeoGebra. [website]. Dostupné z:
<https://www.geogebra.org/>
- Hornáková, M. (2020). Strach z matematiky. In Slavičková, M. (Ed.) *Dva dni s didaktikou matematiky*. [online]. Bratislava: Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave, s. 69-74. ISBN 978-80-8147-095-0. Dostupné z:
<http://www.comae.sk/zbornik2020.pdf>
- Johnson, J. E., Eberle, S. G., Henricks, T. S., Kuschner, D. (2015). *The Handbook of the Study of Play 2*. Lanham: Rowman & Littlefield. 600 s. ISBN 978-1475-580-796-7.
- Jurečková, M., Valentová, L. (2022). Kvantitatívna analýza úloh z T5. In *Studia Scientifica*. Roč. XXI., č. 1., s. 41-48. ISSN 1336-2232.
<https://doi.org/10.54937/ssf.2022.21.1.41-48>
- Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania. (NÚCEM). © 2010-2021. *Testovanie 5*. [online]. Dostupné z:
<https://www2.nucem.sk/sk/merania/narodne-merania/testovanie-5>
- Petlák, E. (2012). *Inovácie v edukačnom procese*. Dubnica nad Váhom: Dubnický technologický inštitút. 158 s. ISBN 978-80-89400-39-3.
- Petlák, E. (2020). Vyučovacie zásady, ich inovácia a uplatňovanie v edukačnom procese. In *Didaktika*. Roč. 1. s. 2-5. ISSN 1338-2845.
- Petty, G. (2008). *Moderní vyučování*. 5. vyd. Praha: Portál, 380 s. ISBN 978-80-7367-427-4.
- Piaget, J., Inhelderová, B. (1997). *Psychologie dítěte*. Praha: Portál, ISBN 80-7178-608-X.
- PNGEgg's [website]. Dostupné z: <https://www.pngegg.com/cs>
- Prachárová, I. (2021). Edukačný potenciál Fröbelových zamestnaní v kontexte predprimárneho vzdelávania. In *Aktuálne problémy predškolskej a elementárnej pedagogiky vo výskumoch študentov doktorandského štúdia*. Eds. Šupšáková, B. – Jablonský, T. Ružomberok: VERBUM – Vydavateľstvo KU. s. 9-20. ISBN 978-80-561-0870-3.
- SMSĎ Datelinka © 2022. [website]. Dostupné z:
<http://www.datelinka.eu/skola/triedy/1-trieda-mravcekovia/>

- Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy. (2015). [online]. Bratislava: Štátny pedagogický ústav. Dostupné z: http://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/svp_pv_2015.pdf
- Valentová, L. (2022). Analýza kritických miest v školskej matematike na primárnom stupni vzdelávania. Dizertačná práca. Ružomberok: Katolícka univerzita v Ružomberku.
- Žilková, K. (2011). Dynamické geometrické systémy (DGS) – softvérová podpora vzdelávania. In *Journal of Technology and Information Education*. [online]. Roč. 3, č. 1, s. 59-63. ISSN 1803-537X. Dostupné z: <https://doi.org/10.5507/jtie.2011.012>
- Žilková, K. (2013). *Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní*. Praha: Powerprint, 115 s. ISBN 978-80-87415-84-9.

Mgr. Lenka Valentová, PhD.

Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky
Katolícka univerzita v Ružomberku, Pedagogická fakulta
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok
lenka.valentova@ku.sk

Mgr. Ivana Prachárová, PhD.

Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky
Katolícka univerzita v Ružomberku, Pedagogická fakulta
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok
ivana.pracharova@ku.sk