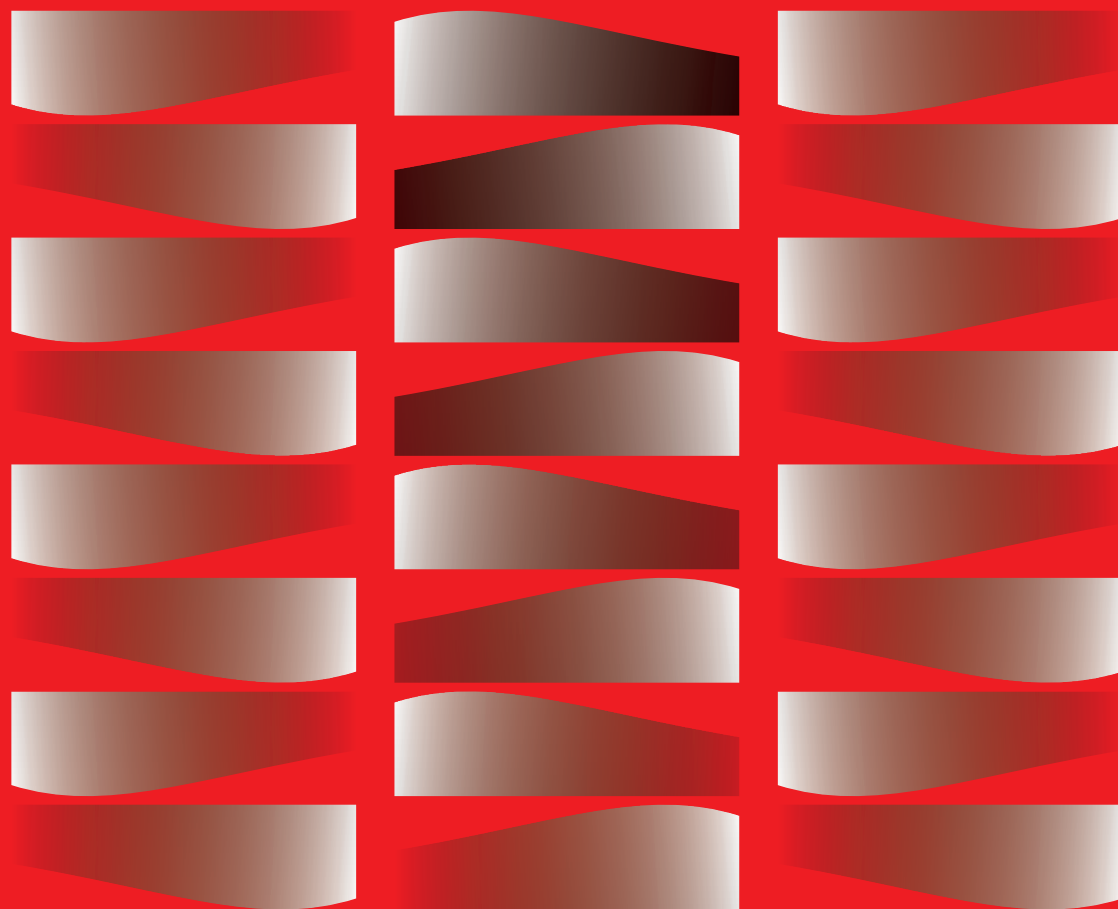


STUDIA SCIENTIFICA
FACULTATIS PAEDAGOGICAE
UNIVERSITAS CATHOLICA RUŽOMBEROK



/1/ 2014
ročník XIII.

KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU



**STUDIA SCIENTIFICA
FACULTATIS PAEDAGOGICAE
UNIVERSITAS CATHOLICA RUŽOMBEROK**



Ružomberok 2014

**STUDIA SCIENTIFICA FACULTATIS PAEDAGOGICAE
UNIVERSITAS CATHOLICA RUŽOMBEROK
Číslo 1, február 2014, ročník XIII.**

Šéfredaktor: doc. PaedDr. Tomáš Jablonský, PhD., m. prof. KU

Edičná rada:

doc. PaedDr. Tomáš Jablonský, PhD., m. prof. KU
prof. PhDr. ThDr. Amantius Akimjak, PhD.
prof. dr. hab. Stanislaw Juszczak, PhD.
prof. PaedDr. ThDr. Jozef Leščinský, PhD.
prof. dr hab. Adam Stankowski, PhD.
doc. PhDr. PaedDr. Miroslav Gejdoš, PhD.
doc. PhDr. Daniela Kolibová, CSc.
doc. ThLic. PaedDr. Alojz Kostelanský, PhD.
doc. PhDr. Antónia Tisovičová, PhD., m. prof. KU
PhDr. Gabriela Šarníková, PhD.
Dušan Kováč-Petrovský, PhD.
doc. PhDr. Ing. Emília Janigová, PhD.
doc. PhDr. Markéta Rusnáková, PhD.
Ing. Zuzana Gejdošová, PhD.
PhDr. Angela Almašiová, PhD.
Mgr. Daniel Markovič, PhD.

Zostavovateľ: RNDr. Janka Kopáčová, CSc.

Obálka: doc. ak. mal Pavol Rusko

Jazyková úprava: PaedDr. Oľga Drobná

Sadzba: Mgr. Anna Baroková

EV 4416/11

© Katolícka univerzita v Ružomberku
VERBUM – vydavateľstvo Katolíckej univerzity v Ružomberku
Hrabovská cesta 5512/1A, 034 01 Ružomberok
<http://uv.ku.sk>, verbum@ku.sk

IČO 37-801-279

ISSN 1336-2232

Obsah

Predhovor

Ján Gunčaga, Janka Kopáčová..... 7

Vytváření matematických představ v předškolním věku

Růžena Blažková..... 8

Tri oblasti predmatematických predstav

Hana Lišková 24

Od dialogu do wiedzy w matematyce

Jolanta Nowak..... 45

Zmena náročnosti úlohy a princíp primeranosti

Dagmar Malinová 56

Rozprávka ako nástroj na rozvoj matematických predstav detí predškolského veku

Valéria Švecová 65

Vytvorenie zmysluplného matematického vzdelávania: príležitosti pre malé deti v kontexte hry

Asiye Ivrendi..... 74

Podpora zručnosti triediť u detí predškolského veku

Renata Reclik..... 83

Štatistika pre deti?

Małgorzata Skura, Michał Lisicki..... 90

Možnosti rozvíjenj matematických pojmv v rámci Montessori predškolsnjho vzdelávaj

Irena Budínová..... 107

Dienesov logický blok – zaznávaná alebo zabudnutá pomôcka na rozvíjanie matematických predstav

Katarína Žilková, Oliver Židek 116

Děti a geometrie

František Kuřina..... 124

R-princíp v detskej kresbe

Marie Kupčáková..... 134

Podnetné činnosti k propedeutike pojmov obvod a obsah v MŠ

Jana Cachová..... 142

| | |
|---|------------|
| Propedeutika merania dĺžky | |
| Janka Kopáčová | 150 |
| Podpora kauzálneho myslenia pre tvorbu matematických predstáv u detí predškolského veku | |
| Ján Gunčaga | 155 |
| Rozvoj matematickej intuície predškolských detí v kontexte pripravenosti na začiatok školskej dochádzky | |
| Ewa Jędrzejowska | 163 |
| Uvedenie žiakov tretieho ročníka do sveta trojrozsomernej geometrie | |
| Marta Pytlak | 171 |
| Rozvoj matematickej gramotnosti v príprave študentov predškolskej pedagogiky | |
| Jaroslava Brincková | 187 |
| Základy elementárnej teórie množín v matematickej príprave študentov pedagogickej fakulty | |
| Edita Šimčíková, Blanka Tomková | 203 |
| Hra „Pokazený telefón“ ako nástroj na zlepšenie geometrických a pedagogických vedomostí budúcich učiteľov pre materskú školu | |
| Konstantinos Tatsis | 210 |
| Zmeny v obsahu predškolského matematického vzdelávania v školských dokumentoch | |
| Edita Partová | 223 |
| Autori príspevkov | 245 |

Contents

| | |
|---|-----|
| Developing mathematical imaginations at pre-school age Růžena Blažková..... | 8 |
| Three areas of mathematical notions Hana Lišková | 24 |
| From dialogue to knowledge in mathematics Jolanta Nowak..... | 45 |
| Regulation of Difficulty of the Task and the Principle of Proportionality Dagmar Malinová | 56 |
| A Fairy-Tale as the Tool to Develop Mathematical Concepts of Preschool Children Valéria Švecová | 65 |
| Creating Meaningful Mathematics Learning: Opportunities for Young Children in the Context of Play Asiye Ivrendi..... | 74 |
| Supporting the development of the skill of classifying in children at the pre-school age Renata Reclik | 83 |
| Statistic for children? Małgorzata Skura, Michał Lisicki..... | 90 |
| The Possibilities of Development of The Mathematical Constructs in The Frame of Montessori Preschool Education Irena Budínová..... | 107 |
| Dienes' Logic Blocks – underrated or forgotten learning material for development of mathematical ideas Katarína Žilková, Oliver Židek | 116 |
| Children and Geometry František Kuřina..... | 124 |
| R-principle in child's drawing Marie Kupčáková..... | 134 |
| Stimulating activities to develop propaedeutic of circuit and content in kindergarten Jana Cachová..... | 142 |

| | |
|--|------------|
| Propaedeutic of length measurement | |
| Janka Kopáčová | 150 |
| Unterstützung der Kausaldenken und mathematischen Vorstellungen bei Kindern im Kindergarten | |
| Ján Gunčaga | 155 |
| Developing mathematical intuition of pre-school children in the context of their readiness to commence school education | |
| Ewa Jędrzejowska | 163 |
| Introducing 3rd grade students to the world of three-dimensional eometry | |
| Marta Pytlak..... | 171 |
| Developing Mathematical Literacy at Student Preparation of Pre-school Pedagogy | |
| Jaroslava Brincková | 187 |
| Fundamentals of elementary sets theory in mathematical preparation of students Faculty of Education | |
| Edita Šimčíková, Blanka Tomková..... | 203 |
| The “Broken phone” game as a tool to improve preservice kindergarten teachers’ geometrical and pedagogical knowledge | |
| Konstantinos Tatsis | 210 |
| Changes in the content of pre-school mathematical education in school documents | |
| Edita Partová..... | 223 |
| Authors of Papers..... | 245 |

Predhovor

Vážené čitateľky a čitatelia,

v poradí prvé tohtoročné číslo časopisu *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae*, ktoré držíte v ruke, je monotematické. Je voľným pokračovaním monografie *Dieťa a matematika*, zaoberá sa problematikou vyučovania matematiky detí predškolského veku z viacerých aspektov. Prezentuje vedecké zistenia autorov z rôznych krajín. Niektoré príspevky sú venované vytváraniu matematických predstáv pomocou rôznych nástrojov ako rozprávka, hra a iné separované i univerzálne modely. Autori si všímajú aj poznávací proces detí pri tvorbe aritmetických a geometrických predstáv. Pri implementácii matematických pojmov a súvislostí do poznatkového systému detí zohrávajú dôležitú úlohu aj viaceré druhy klasifikácie ako triedenie a porovnávanie.

Vyučovacie procesy pri tvorbe matematických predstáv detí predškolského veku rozvíjajú viaceré schopnosti a zručnosti detí, ktoré sú dôležité aj v ich neskoršej školskej dochádzke. Predovšetkým je to kreativita, rozvoj priestorového myslenia, kauzálne myslenie, pochopenie pojmov obvod a obsah rovinných útvarov, intuitívna predstava objemu priestorových útvarov.

Pri zlepšení kvality rozvíjania matematických predstáv u detí predškolského veku zohrávajú rozhodujúcu úlohu ich učitelia. Preto je potrebné venovať pozornosť charakteru ich prípravy na pedagogických fakultách a zamyslieť sa nad tým, či im tieto fakulty poskytujú také vzdelanie, ktoré im umožní pracovať s deťmi spôsobmi pre ne vhodnými. Problémom študentov učiteľstva pre predprimárne vzdelávanie sú často aj ich vlastné medzery v správnom pochopení matematických pojmov, preto úlohou týchto fakúlt je najprv poskytnúť študentom dostatok priestoru a príležitostí pre hlbšie pochopenie základných matematických pojmov a následne ukázať rôzne motivačné a tvorivé vyučovacie spôsoby, ktoré sú schopné osloviť a zaujať deti predškolského veku.

Rozvíjanie matematických predstáv v materských školách je ovplyvnené aj vzdelávacím programom. V slovenských podmienkach je to Štátny vzdelávací program ISCED 0. Tento program podlieha v poslednom období častým a rozsiahlym zmenám, ktoré učitelia materských škôl musia implementovať do vzdelávacieho procesu.

Preto sa domnievame, že uvedená monografická publikácia môže pomôcť jednak učiteľom materských škôl, budúcim učiteľom predprimárneho vzdelávania, ako aj odborníkom, ktorí v tejto oblasti pôsobia, lepšie sa orientovať v problematike rozvíjania matematických predstáv v predprimárnom vzdelávaní. Príspevky môžu byť inšpiráciou jednak pre skvalitnenie vyučovacieho procesu v materských školách, ako aj pre výskum v oblasti metodiky tvorby týchto predstáv na predprimárnej úrovni, ktorá by bola prístupná pre deti predškolského veku a ktorá by rešpektovala možnosti ich vekovej kategórie.

Ján Gunčaga, Janka Kopáčová

Vytváření matematických představ v předškolním věku

Developing mathematical imaginations at pre-school age

Růžena Blažková

MESC: D10

Abstrakt:

Rozvíjanie matematických pojmov a predstáv u detí predškolského veku je veľmi dôležité a náročné, lebo správne utvorené predstavy napomáhajú v budúcnosti deťom pri zvládaní matematiky na základnej škole a môžu predchádzať prípadným problémom pri výučbe matematiky. V príspevku je uvedených niekoľko námetov, ktoré prispievajú k postupnému budovaniu pojmu prirodzeného čísla.

Kľúčové slová: Matematická gramotnosť, matematické predstavy, prirodzené číslo, predprimárna pedagogika

Abstract:

Developing mathematical notions and imaginations in children of pre-school age is very important and demanding, as correctly formed imaginations help children in the future cope with mathematics in elementary school and can prevent potential problems in mathematics classes. In the contribution, there are several ideas contributing to the gradual construction of the notion of natural numbers.

Key words: Mathematical literacy, mathematical imaginations, natural number, pre-primary education

Úvod

Matematické představy se vyvíjejí u dětí od nejranějšího věku v souvislosti s celkovým rozvojem osobnosti dítěte. Pokud se využije všech vhodných podnětů, mohou se v budoucnu podstatně zmírnit problémy dětí v souvislosti s matematikou. S čísly i geometrickými útvary se setkává každý člověk neustále v běžném životě i v profesi, ať už je jeho vztah k matematice jakýkoliv. Avšak pochopit správně, co to vlastně číslo je a jak se s ním pracuje, je náročnější. K tomu, aby se u dětí správně vytvořily číselné a geometrické představy, je třeba, aby měly od nejútlejšího věku dostatek podnětů k jejich vytváření a aby systém vytváření pojmů nebyl narušován nekompetentními zásahy. Určitá úroveň tzv. matematické gramotnosti patří určitě mezi klíčové kompetence každého člověka. Uveďme nejprve, co rozumíme matematickou gramotností. Nejde jen o schopnost počítat s čísly, ale pojem matematické gramotnosti má širší dimenzi.

Co rozumíme matematickou gramotností:

- Schopnost chápat abstraktní matematické pojmy, neboť matematické pojmy jsou abstrakcí reality (např. nikdy nikdo neviděl číslo nebo přímku, ale jejich modely v mysli člověka existují).
- Schopnost chápat vztahy mezi matematickými objekty.
- Schopnost práce s matematickými objekty.
- Schopnost matematizace reálné situace (vytvoření matematického modelu určité reálné situace).
- Schopnost využívání získaných matematických poznatků v jiných, nových situacích.
- Aplikace matematických poznatků v praktických úlohách.

Mezi základní atributy matematického myšlení patří zejména provádět analýzu a syntézu, zobecňovat, abstrahovat, užívat induktivní a deduktivní postupy, pracovat se symboly, schopnost odhalit podstatné, provádět klasifikaci (třídění) podle určitého pravidla, schopnost využívat poznatků v nových situacích i v praktických činnostech. Přitom se využívá logického myšlení, intuice, vhledu, paměti, bystrosti úsudku, schopnosti vyjádřit myšlenku vlastními slovy aj.

Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání v České republice uvádí v oblasti Dítě a jeho psychika očekávané kompetence a mezi nimi je také uvedeno, co dítě dokáže na konci předškolního období:

- chápat základní číselné a matematické pojmy, elementární matematické souvislosti a podle potřeby je prakticky využívat (porovnávat, řadit a třídit soubory předmětů podle určitého pravidla, orientovat se v elementárním počtu zhruba do šesti, chápat číselnou řadu v rozsahu první desítky, poznat více, stejně, méně, první, poslední apod.),
- chápat prostorové pojmy (vpravo, vlevo, dole, nahoře, uprostřed, za, pod, nad, u, vedle, mezi a pod. v prostoru i v rovině,
- částečně se orientovat v čase,
- řešit kognitivní problémy, úlohy a situace, myslet kreativně a vymýšlet nápady,
- vyjadřovat svou fantazii v tvořivých činnostech.

Důležité je, že nejde jen o to, systematicky vzdělávat děti v jednotlivých oborech, ale o integrované vzdělávání, jehož smyslem je podpora rozvoje a učení dětí. Pro úspěšnost dětí v matematice je tato cesta nejoptimálnější. Přitom je třeba respektovat, že dítě v předškolním věku zpracovává informace a podněty jinak, než dospělý člověk. Matematické představy a jejich vytváření nejsou odděleny od ostatních činností dětí, které běžně provádějí, ale jsou s nimi úzce spojeny. Cíle předmatematické výchovy jsou přehledně uvedeny např. v publikaci M. Kaslové (Kaslová, 2010, s. 5). V tomto příspěvku uvádíme, jak se u dětí vytvářejí předčíselné představy.

2. Vytváření matematických představ a pojmů

2.1. Pojem čísla

Při zkoumání, jakým způsobem se vytváří pojem čísla u dětí, je dobré poučit se z historie, jakým způsobem se vytvářel pojem přirozeného čísla v historickém vývoji člověka a jakým způsobem je tento pojem budován v matematice jako vědecké disciplíně, neboť obojí je východiskem chápání vývoje číselných představ u dětí od nejranějšího věku.

Pojem přirozeného čísla se v historickém vývoji vytvářel složitě, mnoho roků a člověk musel učinit velký pokrok v rozvoji svých myšlenkových procesů, aby byl schopen chápat kvantitu, tj. aby abstrahoval od viditelných vlastností předmětů a byl schopen pochopit, kolik jich je. Člověk vnímal skupiny předmětů, které ho obklopovaly, a nejprve přiřazováním poznával, zda je předmětů stejně nebo je některých předmětů je více či méně (např. za každou ovci ve stádě položil kamének). Počet byl tedy nejprve vyjadřován přiřazováním, t. j. vytvářením ekvivalentních množin stejných předmětů, např. prstů na ruku, kamének, dřívěk, zářezů apod. Další složitý vývoj přinesl schopnost zapsat tuto skutečnost a vyjádřit ji slovem a postupně se tak vyvíjely číslice, číslovky a číselné soustavy.

V matematice se pojem přirozeného čísla buduje buď pomocí čísel kardinálních nebo čísel ordinálních nebo pomocí Peanovy množiny. Při velmi stručném přiblížení můžeme uvést:

Pojem čísla kardinálního se opírá o pojem tříd navzájem ekvivalentních množin a přirozená čísla zaváděná pomocí čísel kardinálních dávají vesměs odpověď na otázku „kolik to je“. Pojem čísla ordinálního se opírá o uspořádané množiny a podobná zobrazení mezi uspořádanými množinami a přirozená čísla pomocí nich zaváděná dávají většinou odpověď na otázku „kolikátý“. Přirozená čísla budovaná pomocí Peanovy množiny vycházejí z prvního prvku a pomocí tohoto prvku a pojmu následovníka se vybuduje množina přirozených čísel. Teoretické základy budování pojmu přirozeného čísla jsou uvedeny v publikacích aritmetiky a algebry v učebnicích matematiky pro vzdělávání učitelů, didaktické přístupy k zavádění přirozených čísel v textech didaktiky matematiky.

2.2 Postupné vytváření pojmu čísla

Všímejte si, jak dvouleté až tříleté dítě vnímá počet věcí kolem sebe (samostatně, bez zásahu dospělých). Nejprve ukazuje: tam jsou dvě, tam také jsou dvě, později tři. Když mu ukážeme hromádku prvků o větším počtu než tři, odmítá říct, kolik to je a zpravidla řekne: „To je moc“. Postupně však vnímá další čísla, až v šesti letech je schopno určit počet prvků ve skupinách, ve kterých je jich šest až deset. Při vnímání počtu předmětů musí dítě učinit obrovský pokrok ve svém myšlení, a to tak, že postupně přestává vnímat viditelné vlastnosti předmětů, jako je barva, tvar, materiál, ze kterého jsou zhotoveny, zda jsou živé či neživé a všímá si pouze toho, kolik jich je. To znamená, že začne vnímat, že mezi určitými skupinami objektů existuje něco společného, co nesouvisí s jejich viditelnými vlastnostmi, ale s tím, že obsahují prvky, které se dají vzájemně jednoznačně přiřadit, t. j. že jich je

stejně. Přitom se však nejde o žádnou cílenou výuku matematiky, ale všechny nové poznatky dítě získává prostřednictvím her a běžných činností souvisejících s jeho životem. Současně se rozvíjí jeho komunikace verbální (zdokonaluje se jeho řeč) i nonverbální (využívá např. své značky v mateřské škole, kreseb, symbolů). Postupně se zkvalitňuje jeho vnímání, paměť, představivost i pozornost, což je nezbytné pro jeho další matematický rozvoj. Děti jsou přirozeně tvořivé a jejich tvořivosti je třeba účelně využít a dávat jim takové podněty, které přispívají k rozvoji jejich myšlení.

Číslo, podobně jako jiné abstraktní pojmy, nemůžeme vnímat smysly, vnímáme pouze reprezentanty těchto čísel. Například reprezentantem čísla čtyři mohou být čtyři auta, čtyři děti, čtyři jablíčka apod. Ale také např. bydlíme ve čtvrtém poschodí, náš dům má číslo 4, jsou čtyři hodiny, mám 4 roky apod. Děti se seznamují s kvantitativní stránkou jevů v kontaktu s okolním světem, pomocí konkrétních předmětů se postupně propracovávají k obecnějšímu chápání až k pochopení abstraktního pojmu čísla. Mnohokrát opakovaná činnost s konkrétními předměty vede k získávání zkušeností dětí, že nezáleží na tom, s jakými předměty pracují, ale pouze na tom, že je jich stejně. Musí se také naučit číslo pojmenovat a zapsat. K tomu, aby proces vytváření čísla byl pro děti snadný, využíváme mnoho činností, ve velké většině nematematických. Např. při skládání kostek domina, hraní hry Člověče, nezlob se apod. Přitom však se nemůže nic uspěchat, protože k pojmu čísla se každé dítě dopracuje samostatně vlastní činností, až mu tzv. „svitne“.

Co všechno může dítě vnímat na konkrétních předmětech? Dejme do neprůhledného sáčku např. 4 koláče a nechme děti povídat, co všechno o nich mohou říct. Sledujme, jaké mají představy – zrakové, chuťové, čichové, hmatové, čím jsou koláče naplněny, kam je mohou přemístit (např. na talíř). Kolik z dětí je však již ve „světě matematiky“ a zeptá se „kolik jich je“?

V první fázi se děti naučí chápat čísla 1 až 5, později čísla do deseti a nulu. Měly by umět vytvořit skupinu o daném počtu prvků, zapsat počet prvků dané skupiny, čísla porovnávat. Než se však dospěje k pojmu přirozeného čísla, je třeba dávat dětem mnoho podnětů, které souvisí s jejich hrami a činnostmi, které běžně každý den provádějí a které s matematikou zdánlivě nesouvisí. Pokud se tato fáze podcení, dochází u některých dětí problémům při vytvoření pojmu čísla.

Připomeňme, že číslo nula má specifické postavení. S nulou je třeba zacházet jako s jakýmkoliv jiným číslem a není vhodné spojovat ji se slovem „nic“. Nulu je třeba chápat jako počet prvků prázdné množiny (počet jablíček na prázdném talíři) nebo jako číslo, které získáme odčítáním sobě rovných čísel (měl jsem 3 švestky, všechny jsem snědl). Pokud číslo 0 nerespektujeme jako číslo rovnocenné ostatním, děti je v budoucnu podceňují i ve významu čísla, i ve významu v zápisu čísla (např. 304 chápou jako 34).

2.3. Propedeutická cvičení k vytvoření pojmu čísla vyplývající z běžných činností a her

S dětmi provádíme elementární cvičení, která jsou propedeutikou k pozdějšímu chápání pojmu čísla. Nejprve se jedná se o běžné činnosti s hračkami,

obrázky a dalšími předměty, využívají se pohádky, hry apod., přičemž se vyčleňují některé charakteristické vlastnosti se zapojením více smyslů. (Podrobněji např. Coufalová, 1997, s. 13.)

Práce s předměty

Dětem předkládáme různé předměty, které je obklopují a snažíme se o to, aby uvedly názvy nebo jména předmětů – co to je, jak se to jmenuje. Zároveň zkoumají viditelné vlastnosti předmětů - jaké jsou, zda jsou živé, neživé, jaká je jejich barva, jaký je jejich tvar, z jakého jsou materiálu. Nejprve pracujeme s izolovanými předměty, později s dvojicemi, trojicemi předmětů a skupinami více předmětů.

Identifikace předmětů, osob, zvířat apod.

Děti mohou identifikovat předměty, osoby, zvířata pohledem, hmatem, chutí, čichem apod., tedy svými smysly.

Charakteristika předmětů

Děti provádějí charakteristiku předmětů z různých hledisek, např. jaké to je, k čemu to je, co dělá, kdo to je, kdo něco dělá apod.

Diferenciace

Jedná se o hledání shod a rozdílů mezi předměty – je to stejné jako..., je to jiné než..., čím se liší – např.:

- který předmět (obrázek) nepatří mezi ostatní,
- který předmět (obrázek) má jinou barvu než ostatní,
- který předmět (obrázek) má jiný tvar než ostatní,
- který předmět (obrázek) má jinou velikost než ostatní,
- který předmět (obrázek) má jinou polohu než ostatní.

Vyhodnocení situací

Jde o pohled zpět, utvrzení správnosti a rozhodnutí: Je to tak?, Je to správně?

Komparace (srovnání)

Porovnávání předmětů probíhá z mnoha hledisek. Předměty jsou stejné, podobné, nejsou stejné, jsou různé. V čem se liší, v čem jsou stejné (např. v pohádce Dlouhý, Široký a Bystrozraký – porovnáváme výšku, tloušťku apod.)

Nejprve porovnáváme objekty, které dítě vidí současně, později s tím, co je uchováno v paměti (jak to bylo před tím, je to tak, jak to bylo původně, jak to má být, co se změnilo)

Pro matematiku je to důležitá činnost – např. při psaní číslic porovnává dítě to, co napíše, s předlohou, se vzorem na začátku linky v sešitě.

Dále se porovnávají předměty v různých polohách – vedle sebe, pod sebou, jinak umístěné.

Porovnává se množství – vztahy více, méně, stejně – příprava na porovnávání čísel.

Zpřesňování

Jde o zpřesňování původní, vstupní informace, většinou s využitím smyslového vnímání. Využíváme otázek typu: Kdo je to?, Co je to? Dalšími poskytnutými informacemi přibližujeme přesný význam – např. hra na řemesla, které zvíře myslím, apod. Zde se uplatňuje orientace na sluch (ptáme se slovy) nebo na zrak (předvádíme pantomimu), nebo na hmat (hmatem se určuje předmět). Může se také určovat kvantita nebo vzájemné postavení objektů.

Negace

Spočívá na využití předpony „ne” – např. je to živé – neživé, létá to, nelétá to, je to modré, není to modré. Přitom dbáme na jasné vyjádření, kdy předmět danou vlastnost má či nemá (např. negace vyjádření „je to bílé“ není „je to černé“, ale „není to bílé“).

Závislosti

Využíváme pravidelného opakování skupin prvků, rytmizace – vytváření dvojic, trojic prvků, které se pravidelně opakují (navlékání korálků různých barev, stavby hradeb z krychlí apod.).

Gradace

Jde o určení polohy a pořadí prvků v realitě i na obrázku – je to blíže než, dál než, vlevo od, vpravo od, nad, pod, za.

2.4. Činnosti směřující k vytvoření pojmu přirozeného čísla

Mezi činnostmi, které cíleně směřují k vytváření předpokladů pro správné pochopení přirozeného čísla patří klasifikace, přiřazování, uspořádání.

2.4.1. Třídění (klasifikace)

V matematice souvisí třídění s rozkladem množiny. Při rozkladu množiny na podmnožiny musí být splněny požadavky:

1. Každý prvek základní množiny musí být zařazen do některé z podmnožin.
2. Žádný prvek nemůže být současně ve dvou podmnožinách.
3. Sjednocením všech podmnožin je základní množina.

Třídění se provádí podle určité charakteristické vlastnosti, děti mají za úkol roztřídit dané předměty na ty, které požadovanou charakteristickou vlastnost mají a na ty, které ji nemají. Přitom charakteristická vlastnost musí být stanovena jednoznačně (např. nestačí určit malý – velký, když se třídí více předmětů různých velikostí). Vzniknou tak dvě, později více skupin a přitom každý prvek musí být zařazen v některé ze vzniklých skupin podle daného kritéria. Nejprve se provádí třídění dichotomické (na dvě skupiny), později trichotomické (na tři skupiny), atd.

Vymezení charakteristické vlastnosti se provádí na předmětech denní potřeby, např. vybírá se co se jí, co se obléká, sportovní náčiní, pracovní nářadí, dopravní prostředky apod.

Jídlo se pak dále vymezuje např. na ovoce, zeleninu, pečivo, mléčné výrobky apod., sportovní náčiní podle jednotlivých sportů atd.

Podobně děti mohou zařazovat předměty do skupin podle stejné vlastnosti (např.: auta – osobní, nákladní, kostky ze stavebnice, geometrické tvary podle tvaru nebo barvy aj.).

2.4.2. Přirazování

Při přirazování předmětů poznávají děti skupiny objektů, které mají společné to, že každému prvku v jedné skupině je přiřazen právě jeden prvek druhé skupiny a naopak (prvky jsou vzájemně jednoznačně přiřazeny). Přitom si děti postupně uvědomují, že skupiny, jejichž prvky lze vzájemně jednoznačně přiřadit, mají stejně prvků a že nezáleží na tom, jakého druhu prvky jsou. Postupně zvyšujeme náročnost na abstrakci – od konkrétních předmětů k symbolům a k číslu. Přirazujeme tedy:

a) předměty předmětům

Pro pochopení pojmu přirozeného čísla je vhodné využívat činností, kdy děti přiřazují předměty předmětům (zpočátku tak, aby v obou skupinách bylo předmětů stejně – vytvářejí dvojice). Umisťují např. panenky do kočárků, auta do garáží, přiřazují děvčata chlapcům, pomeranče dětem, hrníčky na podšálky, vajíčka do kalíšků, apod.

Velmi vhodnou činností je prostírání nádobí a příborů na stůl – u stolečku sedí Jirka, Petr, Tereška, Irenka, každému přiřadíme talířek, lžičku, skleničku.

Využíváme i pohádkových postav nebo postav z večerníčků – kdo ke komu patří:

Hurvínek – Spejbl, Maková panenka – motýl Emanuel, Rumcajs – Manka, Mach – Šebestová, Křemílek – Vochomůrka, Jeníček – Mařenka, Zlatovláska – Jiřík, Bob – Bobek, Ája – Fík, atd.

b) symboly předmětům

Vybereme několik dětí, jindy hraček (do pěti), přiřazujeme prsty, kamínky, tyčinky, obrázky apod..

c) symboly symbolům

Obrázkům přiřazujeme např. puntíky, tyčinky, tyčinkám puntíky apod..

d) předmětům a symbolům čísla

Skupinám předmětů nebo symbolů přiřadíme číslo – kolik jich je.

Např. Děti:



Symboly: 0

0

0

0

I

I

I

I

Číslo:

4

Každá vhodná publikace pro děti předškolního věku i dobrá učebnice matematiky pro první třídu obsahuje dostatek těchto činností a před tím, než uvede číslo, dostatečně dlouho procvičuje prostřednictvím obrázků přiřazování symbolů předmětům, např. na obrázku jsou zvířátka, děti kreslí tolik puntíků (čárek apod.), kolik je na obrázku zvířátek.

2.4.3. Uspořádání

Uspořádání děti vnímají zcela přirozeně na naprosto nematematických činnostech, při hrách, prostřednictvím pohádek, říkadel aj. Cílem činností je, aby si děti v budoucnu postupně uvědomily, že množina přirozených čísel je uspořádaná, že je možné o každých dvou prvcích rozhodnout, který je před kterým. (Toto je však již učivem 1. stupně ZŠ.)

V období předčíselných představ uvádíme pohádky, ve kterých hraje roli posloupnost dějů či uspořádání osob. Jsou to například pohádka O kohoutkovi a slepičce, pohádka O veliké řepě, Zlatovláska, aj. Děti si velmi dobře pomatují posloupnost dějů v pohádkách. Přitom děti chápou uspořádání v obou směrech.

Současně se ujasňují pojmy „první prvek“, „poslední prvek“ v dané skupině. Zde je třeba správného zdůvodnění, neboť se musí pracovat se všemi prvky dané skupiny a první nebo poslední prvek je třeba vymezit vzhledem k ostatním prvkům dané skupiny. Např. v pohádce O veliké řepě: Proč je dědeček první – protože všichni ostatní jsou za ním. Chybně by bylo – protože před ním nikdo není. Proč je myška poslední – protože všichni ostatní jsou před ní. Opět chybně zdůvodnění by bylo – protože a ní nikdo není.

Dalšími činnostmi mohou být např. uspořádání dětí v řadě podle velikosti, skládání pastelek podle velikosti, navlékání korálků podle určitého pravidla, kdy děti mají pravidlo dodržet, stavby z krychlí podle pravidla, apod.

3. Přirozená čísla

3.1. Význam čísla

Již v předškolním věku poznávají děti číslo v mnoha jeho významech, uveďme tedy některé:

- a) Označení množství (počtu prvků): 5 dětí, 3 medvídci, 10 jablek, 4 prsty, apod.
- b) Číslo jako operátor (pokyn ke změně): přidej mi tři bonbóny, uber mi dva knedlíky, apod., o kolik mám víc, kolikrát méně, aj.
- c) Číslo jako adresa (pořadí, uspořádání): bydlíme v domě číslo 24, ve třetím poschodí, narodil jsem se 14. 5., apod.
- d) Číslo jako kód – např. kódy na zabezpečovacích zařízeních, PIN, telefonní číslo.
- e) Číslo jako veličina (míra) – 2 kg banánů, moje výška je 130 cm, aj.

Čísla v různých významech děti zcela přirozeně používají. V každém případě by se však měly seznámit nejprve s číslem ve významu množství a teprve potom ve významu pořadí a s číselnou řadou. Je však třeba si také uvědomit, že s čísly v různých významech nelze zacházet stejně, např. sčítat a odčítat můžeme čísla ve významu množství – počtu prvků, ale není to možné ve významu čísla jako adresy nebo kódu.

Pojem čísla ve významu počtu prvků je třeba vytvářet mnoha různými činnostmi.

- a) Čísla 1 a 2 spojujeme s částmi těla (Dítě a jeho tělo): Kolik máš očí, rukou, nohou, nosů, brad, apod.
- b) Kolik nás je doma?
- c) Kolik mám kamarádů nebo kamarádek?

Při vytváření čísla 3 (a dalších v oboru do pěti) umístíme na stůl tři předměty (nejprve stejného druhu, později předměty různé) a dáváme dětem úkoly:

- a) Řekni, kolik předmětů (jablíček, kostek, kaštanů apod.) vidíš na stole.
- b) Kde ještě vidíš stejně věci jako na stole.
- c) Ukaž tolik prstů.
- d) Polož kartičku, na které je stejně puntíků jako jablíček na stole.
- e) Dopln, aby byly tři (když je na stole méně jablíček než 3)
- f) Na obrázcích jsou různé předměty v různém počtu (nejprve od 1 do 5).

Vyber ty obrázky, na kterých jsou tři prvky.

Využíváme i pohybových her, např.:

- a) na zemi nakreslíme kruhy, do každého napíšeme některé z čísel 1 až 5 a děti se mají postavit do kruhů podle vyznačených čísel (je nutné, aby všechny děti byly zařazeny v některém z kruhů).

b) umístíme dětem na záda kartičky s puntíky (od jedné do pěti) a děti se mají rozdělit do skupin tak, aby v každé skupině byly děti se stejným počtem puntíků na zádech.

c) rozdáme dětem kartičky s tečkami od jedné do pěti a požadujeme, aby vytvořily vždy řady pěti dětí tak aby kartičky byly uspořádané od jedné do pěti.

(Využití zejména v oblastech Dítě a společnost, Dítě a svět.)

Dalším důležitým poznatkem je, že změnou konfigurace se počet prvků nemění. Dětem dáme pět tyčinek a vyzveme je, aby z nich něco vytvořily. Děti tak vytvářejí různé sestavy, např. sestavují domeček, šipku a nejrůznější obrázky podle vlastní fantazie a tyčinek je stále pět. Podobně sestavují různé stavby z pěti stejných krychlí. Děti intuitivně přicházejí k závěru, že změnou tvaru obrázku nebo stavby se nezmění počet prvků.

Dále využíváme pohádky, ve kterých hraje roli počet osob nebo předmětů, např. Tři zlaté vlasy děda Vševěda, Tři oříšky pro Popelku, Sněhurka a sedm trpaslíků, Pohádka o dvanácti měsíčkách, aj. Téměř na každé číslo od 1 do 12 lze vybrat nějakou pohádku.

Čísla od jedné do pěti znázorněná pomocí nějakých prvků děti zpravidla poznají bez počítání – zejména když jsou ve vhodném seskupení, jako např. na kostce pro hru Člověče nezlob se.

3. 2. Počítání po jedné

Uvědomme si, co vlastně děláme, když počítáme po jedné. Máme-li skupinu předmětů, u kterých na první pohled nepoznáme, kolik jich je, zpravidla ukazujeme na jednotlivé předměty prstem (nebo je označíme tužkou) a ke každému přiřadíme jedno slovo ze známé řady číslovek – jedna, dvě, tři, ... až patnáct (např.) a poslední vyslovená číslovka udává počet prvků ve skupině. Tímto vlastně skupinu předmětů uspořádáme a každému předmětu přiřadíme prvek z uspořádané skupiny číslovek.

Cílem je, aby děti uměly vyjmenovat řadu čísel od jedné do pěti, později do deseti, a to vzestupně i sestupně. Přitom však za každou vyslovenou číslovkou by měly vidět počet prvků a řadu číslovek by neměly odříkávat bezobsažně, bez významu.

Při počítání po jedné je třeba respektovat, aby:

- nebyl vynechán žádný prvek,
- žádný prvek se nepočítal dvakrát,
- při změně konfigurace předmětů nedošlo k chybnému počítání, kdy názvy čísel jsou vázány těsně na určité předměty,
- konkrétní předměty nebyly počítány od nuly.

Pokud bychom učili děti pouze vyjmenovat řadu slov (čísluvek) od jedné do deseti a děti vytvořenou neměly představu čísla tak, aby si za každým slovem uměly představit počet prvků, dojde většinou k tomu, že děti např. počítají: jedna, dvě, tři, čtyři, sedm, pět, čtyři..., tj. říkají jakási slova bez obsahu. Číselná řada je jednou z očekávaných kompetencí dítěte v předškolním věku.

Využíváme mnoha říkadla a básniček, kdy se postupně číselná řada opakuje: Jedna, dvě, Honza jde, nese pytel mouky.

Jedna, dvě, tři, my jsme bratři.
 Jedna, dvě, tři, čtyři, pět, cos to Janku, cos to sněd.
 Jedna, dvě, Honza jde.
 Jedna, dvě, tři, pes ho větří.
 Jedna, dvě, tři, čtyři, kampak si to míří?
 Jedna, dvě, tři, čtyři, pět, běží k mámě na oběd.

Pro čísla do deseti např. Oře, oře Jan, přiletělo k němu devět vran.
 Vyžíváme i hádanek (čtyři rohy, čtyři nohy...).

Vhodnou činností je dokreslování obrázků, kdy děti spojují postupně body označené čísly v uspořádání od nejmenšího k největšímu.

3.3. Číslo a číslice

K zápisu čísel používáme znaky – číslice neboli cifry. V poziční desítkové soustavě používáme deset znaků (jednička, dvojka, ..., devítka, nula) a pomocí těchto deseti znaků zapíšeme jakékoliv číslo. Ve vyjadřování bychom měli rozlišovat pojmy číslo a číslice již v předškolním věku, usnadníme tím dětem chápání těchto pojmů ve školním věku. Např. pětka může být menší než jednička (ve smyslu číslice – znaku): 5 1, ale číslo 5 je vždy větší než číslo 1. Pojmy jako osmička, desítka, dvacítko ve významu čísla k vyjadřování mezi dětmi nepatří. Děti se postupně naučí psát všech deset číslic, to je však učivem 1. ročníku základní školy. Psaní číslic se řídí normou.

Ke snadnějšímu pochopení tvarů číslic můžeme využívat figurek nebo polštářků ve tvaru číslic. Některé děti mají problémy s rozlišováním některých číslic tvarově podobných (např. 6, 9), děti, které mají problémy s pravolevou orientací, mají problém zapamatovat si, jak se píše např. 1, 3, 7. V současné době se děti velmi brzy učí znát i digitální zápis číslic, zejména proto, že se objevují na nejrůznějších přístrojích.

Připomeňme, že v různých civilizacích se používaly různé znaky k zápisu čísel a číslice, které my používáme, měly také svůj vývoj a svůj původ mají v Indii a arabských zemích.

3.4. Desítková soustava

V historickém vývoji používal člověk různé číselné soustavy (nepoziční, poziční, o základech 2, 5, 10, 20, 60), nyní umíme počítat v číselných soustavách o jakémkoliv přirozeném základu. Ze všech číselných soustav se jako nejvýhodnější udržela poziční soustava desítková. Deset jednotek nižšího řádu tvoří vždy jednu jednotku řádu o jednu vyššího (deset jednotek tvoří jednu desítku, deset desítek tvoří jednu stovku, atd.). V poziční desítkové soustavě používáme k zápisu čísla deseti znaků (číslíce 0 až 9) a pomocí nich zapíšeme jakékoliv číslo. Každá číslice v zápisu čísla má jednak hodnotu vlastní (počet jednotek příslušného řádu) a hodnotu místní (na které pozici se nachází). Např. v čísle 333 je vlastní hodnota každé číslice 3, místní hodnota záleží na umístění v zápisu čísla.

Intuitivní chápání poziční desítkové soustavy se začíná projevovat při práci s čísly od 10 do 20, kdy by děti měly postupně chápat, že např. v zápisu čísla 15 „1“ znamená 10 jednotek.

Pozůstatky šedesátkové soustavy používáme při měření času – 60 minut je jedna hodina, 60 sekund je jedna minuta. Toto je pro některé děti obtížné, avšak částečná orientace v čase je jednou z očekávaných kompetencí na konci předškolního období. U některých dětí postačí časová orientace ve smyslu dříve – později (včera, dnes, zítra, ráno, poledne, večer) a potom nenásilné seznamování s časovými údaji. Velmi vodné je využití časového snímku dne s příslušným časovým údajem.

4. Porovnávání čísel

Porovnávání přirozených čísel se v matematice opírá o pojem zobrazení, nebo se později k porovnávání využívá zápisu čísla (u víceciferných čísel) nebo se používá číselná osa. V období vytváření číselných představ je vhodné využít zobrazení, avšak než se začnou přirozená čísla porovnávat, je třeba dodržet určitý vývoj.

- a) Nejprve je třeba, aby děti pochopily vztahy „více“, „méně“, „stejně“ (bez čísel).

K tomu se používá mnoho her, konkrétních činností s předměty, kreslení obrázků a vždy se vysloví závěr, čeho je více, čeho je méně a čeho je stejně.

Jde např. o vytváření dvojic dětí (děvče – chlapec), dvojic panenka – kočárek, kytička – motýlek, auto – garáž, aj.

Na daných souborech konkrétních předmětů nebo na obrázcích děti rozhodují kterých prvků je více nebo méně (event. stejně).

- b) Další činnosti spočívají v tom, aby děti přidaly nebo dokreslily prvky podle pokynů: Polož na stolek stejně lžiček jako je hrníčků, přines stejně jablíček, jako je dětí, nakresli více mrkví, než je králíků, nakresli méně vajíček než je slepic apod.

c) Teprve po těchto činnostech se přiřazují skupinám prvků čísla a porovnávají se přirozená čísla. Přitom je nutné dobře vysvětlit znaky používané pro porovnávání ($<$, $>$, $=$), protože, ač je to málo pochopitelné, mnoha dětem činí používání těchto znaků problémy.

- d) Až se zvládne porovnávání přirozených čísel, učí se děti zjistit, o kolik má jedna skupina prvků více či méně než druhá.

Při porovnávání přirozených čísel můžeme narazit na určitá úskalí. Prvním z nich je, aby se správně rozlišovalo mezi porovnáváním velikostí předmětů a porovnáváním jejich počtu. Děti rozlišují tvar: např. velký míč a malý míč, ale počet: je jeden velký míč a jeden malý míč. Nelze mezi předměty umisťovat znaky $<$, $>$, $=$. Tyto znaky lze umístit pouze mezi čísla.

Dalším úskalím je, když se porušuje rozdíl mezi skupinami, které mají stejný počet prvků, např. 4 lžičky a 4 vidličky a skupinami, které se sobě rovnají (nepochopení rovnosti a ekvivalence množin). Dítě velmi dobře vnímá, že vidlička a lžička se nerovnají, ale že jich je stejně. Chybné obrázky, ve kterých se umístí

rovnítko mezi dvě skupiny různých objektů, které mají stejně prvků jeho správné představy deformují. (viz 2)

Správně

$$\begin{array}{cc} \text{xxxx} & \text{oooo} \\ 4 & = 4 \end{array}$$

Chybně

$$\text{xxxx} = \text{oooo}$$

5. Příprava na operace s přirozenými čísly

Jednoduché situace, kdy děti využívají operací s přirozenými čísly, se vyskytují v jejich každodenním životě a děti je chápou zcela přirozeně. Je však nutné, aby situace vždy poskytla příležitost pro danou operaci, aby byla pro dítě dostatečně dynamická, aby operace měla smysl. Vyjádření operací zápisem pomocí čísel je učivem 1. stupně ZŠ.

5.1. Sčítání

Podněty pro sčítání přirozených čísel se naskytou v případě, kdy se prvky přidávají, dávají dohromady, eventuálně se něco zvětšuje apod. Vždy musí mít dítě důvod ke sčítání, vidět smysl operace, neboť v opačném případě může prvky spočítat po jedné a nemusí vůbec použít operaci sčítání. Vesměs se vychází z konkrétní manipulace s předměty a v žádném případě nejde o výuku sčítání, ale o přípravu na pochopení této operace. V první fázi se nejprve používají předměty stejného druhu, např. 2 švestky a 3 švestky, aby součet měl stejné pojmenování jako oba sčítanci a teprve později se využívá předmětů různého druhu, např. 2 hrušky a 3 jablka, kdy součet má již název nadřazený než mají sčítanci). Pokud se využívá obrázků nebo grafického znázornění pomocí symbolů, je třeba dbát na jeho správnost.

Správně:

$$\begin{array}{cc} \text{ooo} & \text{oo} \\ 3 & + 2 = 5 \end{array}$$

Chybně:

$$\begin{array}{cc} \text{ooo} + \text{oo} & = \text{ooooo} \\ 3 & + 2 = 5 \end{array}$$

Proč je druhé znázornění chybné? Jednak nesčítáme předměty, ale jen jejich počet. Předměty k sobě přidáváme, přiřazujeme apod. Dále by děti by potřebovaly 10 kuliček, aby znázornily součet 3 + 2. Zde jde pouze o znázornění jednotlivých čísel, nikoliv operace sčítání.

5.2. Odčítání

Odčítání přirozených čísel souvisí s ubíráním, zmenšováním, oddělováním, je to operace dynamická. Opět je třeba navodit situaci, aby dítě mělo potřebu odčítat. Postupuje se analogicky jako při vyvozování sčítání a je nutné situaci správně znázorňovat.

Správně:

$$\begin{array}{r} \text{oo } \text{ooo} \\ 5 - 3 = 2 \end{array}$$

Chybně:

$$\begin{array}{r} \text{ooooo} - \text{ooo} = \text{oo} \\ 5 - 3 = 2 \end{array}$$

Děti by opět potřebovaly 10 kuliček, aby znázornily rozdíl $5 - 2$. Jde o znázornění jednotlivých čísel, nikoliv operace odčítání. Namísto ubírání děti další kuličky přikreslují – nakreslí pět kuliček, napíše znaménko minus, přikreslí další tři kuličky, napíše rovnítko a ještě přikreslí dvě kuličky.

5.3 Propedeutika násobení

Násobení přirozených čísel se v současné škole vyvozuje na základě sčítání několika sobě rovných sčítanců a je učivem 1. stupně základní školy. Propedeutika násobení se však objevuje v běžných činnostech, např. každém čtyř dětí má na talířku dva pomeranče, v síťce tři míčky apod. Pro intuitivní vnímání násobení je vhodné umísťování předmětů do řad a sloupců – např. broskve – dvě řady po čtyřech, nebo do skupin, např. 4 trsy banánů po třech, bombóny v krabičce – tři řady po pěti, aj. Vhodné je využít např. pečení buchet nebo vánočního cukroví, kdy se na plech umístí do řad a sloupců. Vždy se jedná pouze o intuitivní chápání operace násobení.

5.4 Propedeutika dělení

S dělením mají děti předškolního věku zkušenosti v souvislosti s rozdělováním předmětů (např. bombónů) mezi ostatní děti. Při správném přístupu k dělení přirozených čísel je třeba vzít v úvahu, že rozdělovat můžeme na několik částí (6 kuliček rozděl mezi tři děti tak, aby měly stejně, kolik kuliček bude mít každé dítě?) nebo můžeme rozdělovat podle obsahu (6 kuliček rozděluj po třech, kolik dětí podělíš?). Činnosti přispívající k pozdějšímu chápání operace dělení mohou být např.:

a) Rozdělujeme předměty (kaštiny, bombóny, kostky aj.) mezi několik dětí tak, aby měly všechny děti stejně a rozdělili jsme, pokud to lze, všechny předměty. Dělení může být beze zbytku nebo se zbytkem.

b) Rozdělujeme předměty po několika (oříšky do misek po třech, kaštiny dětem po pěti, apod.). Opět může být rozdělování beze zbytku nebo se zbytkem.

6. Závěr

Matematická fakta se nedají snadno zapamatovat a děti je vnímají a učí se jim prostřednictvím činností a tvořivosti. Je třeba, aby dítě postupovalo podle svých schopností a vlastním tempem. Jestliže se učí samo, objeví nejvíce a to si zapamatuje. Málokdy si zapamatuje to, co mu dospělý řekl, tedy poznatek zprostředkovaný. Dospělý by mu měl být trpělivým pomocníkem v případě, že dítě pomoc potřebuje a neměl by řídit jeho činnost neúměrnými radami a nabídkami. Ne vždy vidí dítě to, co vidí dospělý, ale v mnoha případech může vidět i více.

Abychom zdůraznili, jak důležitý je správný přístup k postupnému vytváření číselných představ, uvedeme několik příběhů, které jsou vybrány ze života.

Příběh první.

Jedeme v autobuse, přišli a na předním skle se pohybují tři stěrače. Malý Tomášek sedí mamince na klíně a znenadání zvolá: „Tři“. „Kde jsou tři“, ptá se maminka. Tomášek ukazuje na pohybující se stěrače. Maminka s nadšením: „Tomášku, tys to poznal, ty jsi šikovný, ty už to umíš.“ Stále jej velmi chválila. Na můj dotaz, kolik je Tomáškovu roků, maminka říká: „ukáž paní, kolik ti je.“ Tomášek ukazuje tři prstíčky. Potom mi maminka sdělila, co to dalo práce, než se naučil ukázat, že jsou mu tři roky.

Maminka byla nadšena, že Tomášek pochopil, co znamená 3. Matematik ví, že Tomášek dospívá od představ vázaných na konkrétní předměty k představám univerzálnějším a postupně k abstrakci.

Příběh druhý.

Holčičky si hrají s panenkami. Na můj dotaz, kolik mají panenek, postupně odpovídají:

Maruška: Hodně.

Lucka: Máme Lucinku, Gábinku, Michalku a Karolínku.

Tereзка: (počítá) jedna, dvě, tři, čtyři. Jsou čtyři.

Irenka: (řekne hned) Máme čtyři panenky.

Každá z holčiček je na jiném stupni chápání kvantity – počtu prvků.

Příběh třetí.

V pokoji si hrají čtyři děti. Pošlou nejmladší z nich – Elišku – do kuchyně pro buchty. Eliška bere z mísy nejprve po jedné a potichu si říká: Filipovi, Viktorovi, Aničce a mně. Pak bere ještě jednou po jedné a odnáší osm buchet, aniž by věděla, kolik jich je.

Eliška neumí počítat, ale pomocí přiřazování dokáže odnést správný počet buchet.

Příběh čtvrtý.

Jedeme v tramvaji číslo 11 a obě číslíčky jsou napsány poněkud jinak, než se učí děti psát číslíčky 1 v první třídě. Maminka jede s holčičkou (dva a půl roku), která má bratříčka v první třídě. Holčička asi doma přihlíží přípravě bratříčka do školy. Ukazuje na číslo v tramvaji a říká: „Sedmička“. Maminka namítá: „To není sedmička, ale jednička“. Holčička neustále trvá na svém, maminka však také. Až maminka řekne: „To jsou dvě jedničky“. Jak holčička uslyší „dvě“, začne se velmi zlobit a podrážděně zvolá: „Ne dvě, sedm“.

U dítěte se ukazuje problém zápisu čísel, tvaru číslic a nakonec vztahu číslo – číslice.

Příběh pátý.

Tříletého Jirku učí dědeček počítat od jedné do deseti. Jirka počítá: jedna, dvě, tři, čtyři,

pět, sedm, devět, čtyři, šest, deset.

Jirka se učí jakousi „básničku“ – řadu slov, ale nevidí za slovy číslo ve významu počtu prvků.

Příběh šestý.

Honzík slaví čtvrté narozeniny. Na otázku „kolik je ti roků“ ukazuje čtyři prstíky, na dortu má čtyři svíčky, ale význam pojmu „čtyři roky“ je mu zatím neznámý.

Postupně se připravuje k chápání čísla 4 v jeho různých významech.

Bibliografia

- BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M. 1992. *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství I. stupně ZŠ*. Brno : PdF MU, 1992. ISBN 80-210-0468-1.
- BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M., BLAŽEK, M. 2007. *Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy*. Brno : Paido, 2007. ISBN 80-85931-89-3.
- COUFALOVÁ, J. a kol. 1997. *Metodická příručka k pracovním učebnicím matematiky v prvním ročníku základní školy*. Praha : Fortuna, 1997. ISBN 80-7168-379-5.
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. 2009. *Dítě, škola a matematika*. Praha : Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-397-0.
- HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N. 1999. *Číselné představy dětí*. Praha : PdF UK, 1999. ISBN 80-86039-98-6.
- KASLOVÁ, M. 2010. *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. Praha : Raabe, 2010. ISBN 978-80-86307-96-1.
- KOLLÁRIKOVÁ, Z., PUPALA, R. 2001. *Předškolní a primární pedagogika*. Praha : Portál, 2001. ISBN 80-7178-585-7.
- Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání*. 2001. Praha : VÚP, 2001. ISBN 80-7178-544-X.

Recenzent: Partová Edita, doc. RNDr., CSc.

Uvedenie žiakov tretieho ročníka do sveta trojrozmernej geometrie

Introducing 3rd grade students to the world of three-dimensional geometry

Marta Pytlak

MESC: G40, D20

Abstrakt:

Geometria hrá dôležitú úlohu v procese rozvoja a tvorby matematického myslenia žiakov. Ale v školskom vzdelávacom programe nie je dostatok priestoru pre geometrické problémy. Hlavným problémom je to, ako zoznámiť mladších žiakov so svetom geometrie. V tomto článku sú popísané niektoré epizódy z hodín matematiky v 3. ročníku základnej školy, ktoré boli zamerané na trojrozmernú geometriu. Cieľom príspevku je ukázať, ako sa žiaci vysporiadali s kockami a ich sieťami.

Kľúčové slová: primárne vzdelávanie, elementárna geometrie, geometria 3-D, kocky, sieť.

Abstract:

Geometry plays an important role in the process of developing and creating students' mathematical thinking. But in school curriculum there is not enough space for geometric issues. The main problem is: how to introduce young students into the world of geometry? In this paper some episodes from math lesson in 3rd grade of primary school are described, which focused on three-dimensional geometry. The aim is to demonstrate how students deal with cubes and their nets.

Key words: primary education, elementary geometry, 3-D geometry, cubes, net.

Introduction

Geometry accompanies human being from the dawn of history. It was the first "scientific field in the scope of mathematics", which was created by humans. Its meaning for the ancient world was huge. It has the vital position in mathematics. Initially mathematics wasn't the theoretical science, however, there appeared the needs and desires of humans to settle the space around themselves, solving many practical problems – from the building engineering, through travelling, till gaining ornamentation (Hejný 1990, Kordos 1994).

This historical trait shows also the way of the didactical approach to the school geometry: the geometrical knowledge comes to life in a specific way – by the action. In the creation of the students' geometrical world the important thing is the acquisition of experience through manipulations and practical solving of problems.

The meaning of geometry in education of children and young people has been the subject of reflection of many researchers. There is a belief that geometry can support the general mathematical development of children's competences. As E. Swoboda writes:

„... quasi-geometrical activities can develop widely understood children's mathematical competence. On the one hand, since geometrical approach to mathematics is closer to children than arithmetical one, geometry can open doors to a world of mathematics. Geometrical cognition starts from a reflection upon the perceived phenomena and in this way correlates with the basic ways of learning among children. On the other hand, it gives a chance to develop such ways of thinking, that are typical for mathematical thinking. Skills like generalization, abstraction, perceiving relations, understanding rules are the base for this aim. Early geometry is in-between physical and abstract worlds. By this, it enables to mathematize this world.” (Swoboda, 2009, p.29)

As a result of changes which took place in Poland in the school curriculum for the grades 1 – 3 of primary school, there left not enough time to realize the issues concerning geometry. It is not anything new – geometry for a long time was treated marginally on this educational level. As much as the teaching of arithmetic is emphasised, the teaching of geometry is discriminated. Students get acquainted with the basic geometric figures such as square, rectangle, triangle or circle, they measure the length of segments and calculate the circumferences of polygons, however, this is often the end of their adventure with geometry on the early school education level. Changes in the approach towards teaching mathematics on the level of the grades 1-3 are very slow and they weren't included in all curricula. Among geometric issues, which become to appear in the early school education are regularity and symmetry. These new subjects are often rejected by teachers who are not experienced to work with them. Still the three-dimensional geometry isn't taught. In what way the ideas of the geometry can be presented to students at this educational stage? In what way they should be prepared to meet geometry in later grades? These questions became the inspiration to carry out a series of lessons devoted to geometry for the early school students.

Though in school curricula geometry isn't clearly present, students meet the geometric issues during daily life. Creating the buildings from the blocks or modelling the figures from plasticine the children move around the three-dimensional world. They can build the three-dimensional models. Observing the work of students one can have the impression that they cope with the third-dimension, they can move around in it, they know the rules and dependencies ruling there. In a way it is easier for the human being because we live in the three-dimensional reality. Students are able to render the plane in a very good way. Composing mosaics and tessellations is a way to demonstrate their abilities in rendering the plain (Swoboda, 2006). Moving around in only one “type” of space (3D or 2D) is rather positively received by students. There occur some obstacles during the trials of connection of these two dimensions, e.g. when we try to present the 3D element as 2D element and vice versa. So it occurs when we try to “write,

code” the three-dimensional object on the plane (e.g. on the sheet of paper). While observing the work of students from the elder classes of primary school (grades 4-6) I have noticed that in this sphere there is a lot things to explore. Students often have problems with drawing the models of solids or their nets. Looking at a picture they are not able to show its three-dimensional equivalent. Unfortunately, the limited number of the mathematics lessons and the tight curriculum do not give teacher many possibilities to play with geometry, which can stimulate and improve the geometric and three-dimensional imagination in students. Asking the question: in what way can I help in developing the three-dimensional imagination, in what way I can help transition between 2D and 3 D geometry, I started to look for the solutions. One of the ideas was to design a series of lessons concerning the development of the geometric imagination.

The main goal of prepared series of lessons was to test students' abilities in the selected issues from the three-dimensional geometry. I was interested in investigating the abilities of the 3rd grade students while they were recognising the properties of a cube. I would like to explore if 8-9-years-old students will be interested in the proposed tasks, if they will be creative in this subject, and what strategies of work could be observed. This research was in mostly inspired by the publication by Jirotkova (2010).

Methodology

I playing a series of lessons with students from the 3rd grade of primary school (8-9 years old) from the October 2012 till the January 2013. Lessons have taken place once a week and lasted one lesson hour (45 minutes). The leading subjects of these meetings were playing with three-dimensional geometry. Students were getting acquainted with three-dimensional figures via the games and then they were building their nets. The goal of the meetings was to develop the three-dimensional imagination, especially introducing the students to the notion of cube and its net. During classes students could play with wooden cube bricks with the sides of 3 cm length, pieces of paper in the form of square with the sides of 3 cm length, scissors, Scotch tape, crayons, and markers. Classes were recorded. Research report was written after every meeting.

The series of classes had the following course:

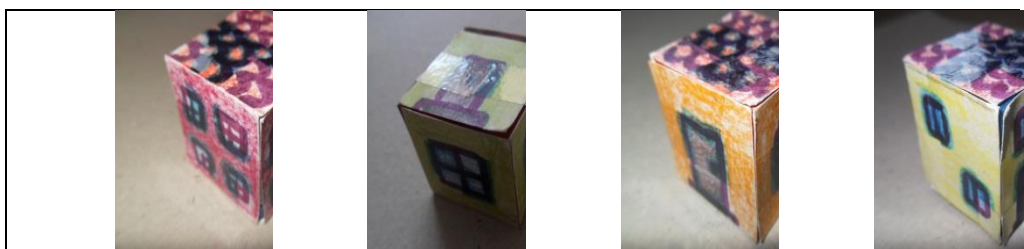
1st classes: Subject: *We are building a house.*

Students got a wooden cube brick with the sides of 3 cm length to play with them. Their described its shape and particular features in their own words. Then each student got pieces of paper in the form of a square with the sides of 3 cm length. The task was to draw on individual pieces of paper the elements of a house (roof, floor, walls with windows and doors), and then paste them over the brick which they had got earlier. After completing the task, students presented their works, they paid attention to the correct position of the elements. The great emphasis was put on determining the location of individual elements of the house in

relation to each other (roof directly opposite to the floor, walls connected with the edges).

2nd classes: Subject: *Is it a house?*

Students got a few models of houses (bricks were pasted over with pieces of paper) and their task was to decide if they present the models of houses or not. Students analysed the position of individual elements in relation to each other. They justified why the given model doesn't represent a house ("because the doors have to be from the floor, not from the wall"). During this lessons great emphasis was put on the analysis of connections and relations between the individual elements. The correct justification of students' own opinion was strongly underlined. This was conducive for developing the mathematical language.



Picture 1. The exemplary houses, which students were investigating during 2nd classes.

3rd classes: Subject: *Our classroom*

Students again pasted the squares over the wooden bricks. This time their task was to create the model of the classroom, in which they found themselves (it was their classroom). The cube pasted with the pieces of paper had to be of one-colour. The whole picture had to be drawn inside the pieces of paper. Students had to think in what way the individual elements should be connected with each other so after taking the wooden brick out from the inside of the cube they could see the model of the classroom. Hence, on their models we can notice the blackboard and the pictures hanging on the walls.



Picture 2. Works prepared by the students during 3rd classes.

4th classes: Subject: *House of Winnie the Pooh.*

Students again were creating the models of the room. However, this time it was free work. The task of the students was to create a room according to the description. Each of them got the description of the room of Winnie the Pooh on the piece of paper, which they had to create.

Students got the following description:

Winnie the Pooh lives in the house with three windows. There is one window opposite the door. There are two windows on the wall on the right side from the doors are two windows. When we enter the room on the left side next to the doors we will find the bookshelf. There are two pictures on the adjacent wall, and there is a cosy bed below them. Between windows' there is the table with two chairs.

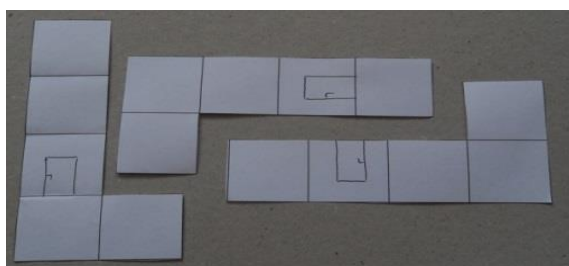
At the beginning of the lesson the teacher together with students read the content of the task and then they started its analysis. They singled out the number of walls, windows, and doors. They paid attention to the elements which were present inside the house of Winnie the Pooh and their location in relation to each other. Then students individually prepared the components of the house and glued together its model. After accomplishment of the task, students checked if the houses which they prepared are consistent with the description. During this classes the emphasis was put on the ability of reading with understanding, following the instructions, and the ability of data analysing.



Picture 3. Works of students created during 4th classes: the net and the model of the house

5th classes: Subject: *And we built the house again*

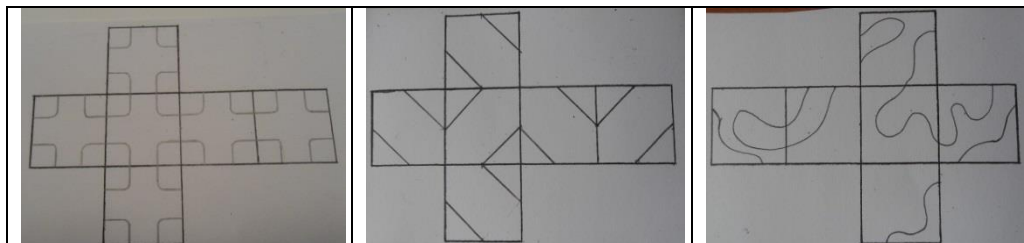
During this classes students did not get the cube bricks. They had only nets of cubes with one wall missing. On the one wall, there was the door drawn. The task of students was to draw on the squares which left where the window, floor, and ceiling should be. Students had to answer the question, which element (which of the walls) is missing. Students compared their works between each other, analysed them, and justified why, according to their opinion, it is correct or not.



Picture 4. Exemplary nets of houses from 5th classes.

6th classes: Subject: *We prepare the clothing for the cube*

The classes consisted of two parts. First, students got the nets of cube with different letters painted on them. Their task was to colour the nets in such a way that after putting the cube together the same colours met in the same vertices and edges.



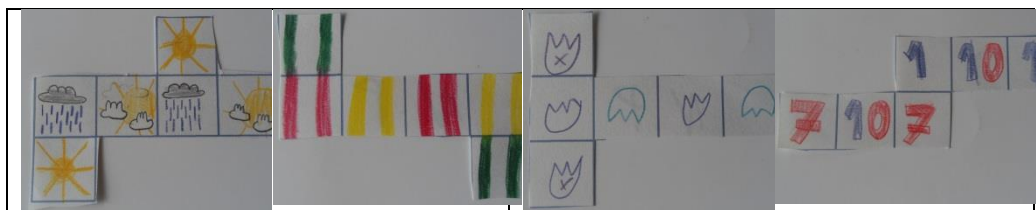
Picture 5. Nets using during the first part of the 6th classes

There were carried out the discussion with the students on the subject: what will be the least number of colours which can we use to colour this net? Are there any rules? What will be the largest number of colours which can be used? Where from do we know in what way should we colour the net?



Picture 6. Examples of students' work

After completing this task students got “clean” nets of cube. This time they drew the pictures of the net by themselves. There was only one rule: the squares should be coloured in such a way that after putting the model together the walls opposite each other have the same pictures. Students have to work with nets put on the plane. Only after drawing the pictures on the whole net they were able to cut it off and check if they performed the task correctly.



Picture 7. Some examples of students' work after the second part of 6th classes

7th classes: Subject: We design the clothing for the cube

During these classes students tried to find all the possible (different) nets of the cube. Having at their disposal the squares, they composed from them the net of the cube. The whole class worked together. Each of them could give his or her own proposition and present it on the blackboard. The whole class decided if the presented schema could be new “pattern of the cube clothing”. Students during these classes not only discovered different nets of the cube, but also learnt reasoning, putting the hypotheses and their verification.

The common feature of all classes was the movement and the dynamic approach of students towards solution of individual tasks. Students could manipulate both with wooden model of cube as well as the created net. Both, during the work, as well as during presentation of their result or during justification of the correctness of created model, students referred to the language of gestures.

In the following part of the article I will present the analysis of the work of the chosen students during 4th, 5th and 6th classes.

Students' work during 4th classes:

The task of students was to create the model of Winnie the Pooh house according to the received description. It was new situation to them. First, they had to read the proper information in the text and imagine the described house. Then they have to create the particular elements of house (four walls: one with the door, two with the windows, one without any holes, floor, and ceiling). Then they had to connect all the elements in the appropriate way. Because of this, the task was not very easy and obvious. It required the abilities of passing from 2D to 3D and back again.

Students started their work from the preparing six pieces of paper, and they began to paint them, creating in this way the components of the house. Some of the students tried to at once stick the following pieces of paper over the cube brick. Other students first tried to put the obtained elements in order, and then come to sticking the house together. Such actions can be referred to as the trial of mathematization of the situation included in the task. The analysis of the collected materials allowed on isolation of two dominant strategies of proceedings among this group of students:

1. Arranging pieces of paper-walls in one line in the order of their occurrence – students after creation of all the elements of the house were choosing one piece of paper, and then tried to match it with the adjacent “walls”.

2. Arranging pieces of paper-walls in the form of the cross, around the cube – students first created the piece of paper-floor which they put under the cube. Then they created successive walls of the house and put them around the bottom edge of the base of the cube.

Example 1. Philip's work

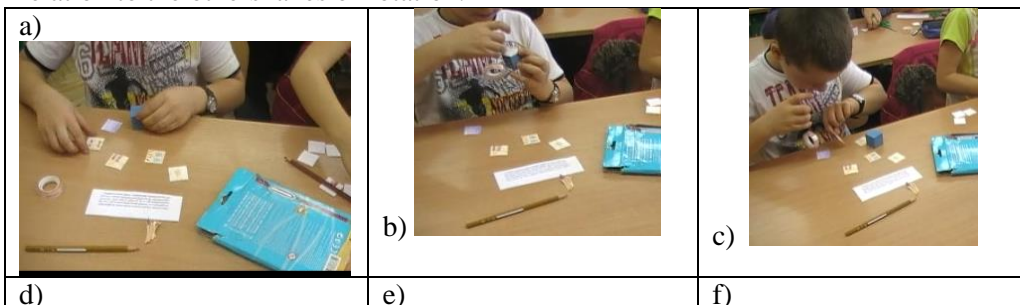
Philip worked very fast - he finished his work as the first one from the whole class. Initially he created one of the walls incorrectly – he placed window on it (the piece of paper pointed by the arrow on the picture 8) the next to the doors and bookshelf. He noticed his mistake and put the piece of paper aside. Then he created all the six elements. To check if he has exactly such pieces of paper as he needs he started to read the content of the task again. Then he put the consecutive walls around the imaginary floor.



Picture 8. Philip's work – creating the elements of the house

Reading the description, he pointed with his finger the text and the element corresponding to it. Having all the elements ready, he decided to stick them one by one to the cube with the usage of Scotch tape with the picture inwards (pictures 9 a, b). It seems that the brick has to serve only as stiff trunk, helpful to retain the shape of the house. This way turned out to be not enough convenient. He decided to change the way of proceeding. He put the squares representing the walls of the house in one row, and then glued them together. Not before having four squares connected in one row he used the cube to the further work – he used the ring road” created from four squares to past them over the cube (picture 9f). Then he stick the floor to them and the ceiling which constituted opening flap.

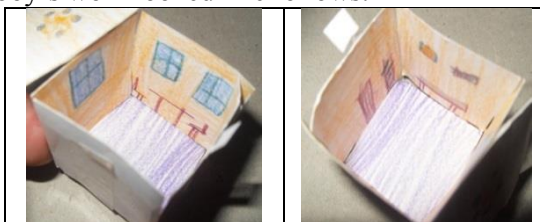
Such organisation of work shows that the boy is able to shift in elastic way from one interpretation to the other. New arrangement of the cube walls required the change of the view on a net. Now the other dependences are taken into consideration - the common edges are becoming important, these which are parallel to each other in the pairs. The boy performs now mental rotations about angle of 90 degrees in relation to the others axes of rotation.





Picture 9. Philip's work – sticking the house

Final effect of the boy's work looked like follows:



Picture 10. Final Philip's work

The boy was able to made the transition from one cube net to the other. He was able to connect appropriate elements with each other. He knew, which edges will be in the contact with each other after the change of the arrangement and which will stay disconnected. He did not need the physical model of a cube to complete the task. He was able to imagine how to create three-dimensional figures from the flat elements.

Example 2. Maciek and Karol's work

Although they were sitting at one desk, each of them worked in different way. Karol put the elements in one row. He was checking all the time if their position is in accordance with the description. In the case of the noticed mistakes he moved the given piece of paper to the appropriate place, correcting their order. He didn't use the cube brick in his work.



Picture 11. Karol's work

Karol noticed the correlation between the cube net and the position of individual walls. He noticed that the walls, which are opposite to each other, don't have common edges. He used this knowledge in his work. The following fragment of the conversation of the boy with the teacher shows this:

Teacher: How do you know that these walls will be arranged like this?

Karol: Because opposite the doors there is the wall with one window, so this wall [*he points the first piece of paper in the row with the doors on it*] will be there [*he points one of the cube sides laying on the desk*] and this [*he points the third piece of paper, which represents the wall with the window*] will be there [*he points the opposite side of the same cube*].

The boy can refer, match the flat model to its three-dimensional form. Not before sticking the four walls in one row he reached for the cube brick. He used it as “support” for sticking the remaining elements with each other.



Picture 12. Karol's work - sticking the house

Such organisation of work can indicate that the boy had some intuition concerning a cube net. He noticed the correlations between the structure of the cube and the position of its walls in the net. He has seen that the opposite in the cube walls cannot touch each other in the net. The squares with the common side are the neighbouring walls in the three-dimensional model.



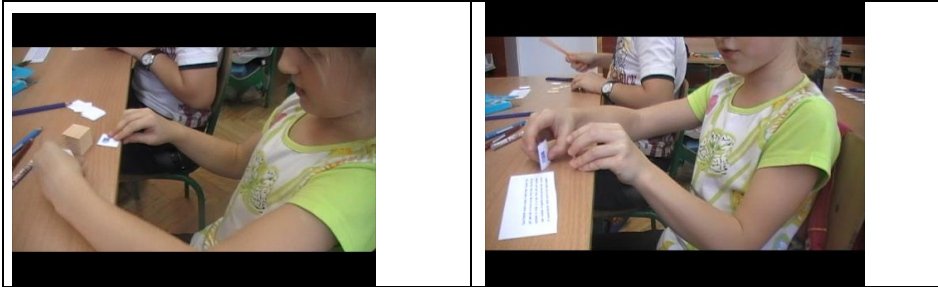
Picture 13. Maciek's work

Maciek also did not use the cube model during his work. He put the created elements around imaginary basis – floor. The boy made the mental “cut” of the cube along the perpendicular edges till the basis and then he “separated” the cube flat on the surface.

Maciek without any problem managed to complete the task. Just as his friend he has treated the cube model only as the stiff support for creation of the model of the house. It allowed him to fit the individual packets firmly. He also attempted to draw the elements, which were present outside the house (windows and doors). He also kept the same arrangement and the size of the drawn elements as on the opposite side of the piece of paper.

Example 3. Natalka's work

The girl began with the preparation of the floor. Then she made each side of the house, arranging them around the first square. She did not use at the same time with a cubic block. She used it only when she was gluing the whole house and explaining the teacher position of the particular walls.



Picture 14. Natalka presents her work

Teacher: How do you know in which place should be those items?

Natalia: So it is like this: when we stick it together, this wall and this wall [*she points the squares opposite to each other*] are opposite to each other [*she puts the squares to the cube to show where they will be placed*]. So it is like this ... [*she puts the block aside*]. This should be like this, [*she points the content of the task*], that opposite the doors, there is the wall with the window, so if here are the doors [*she points the square with the door on it*], so here will be the wall with the window [*she holds the elements vertically to show how they will be placed after sticking them together*] – (picture 14).

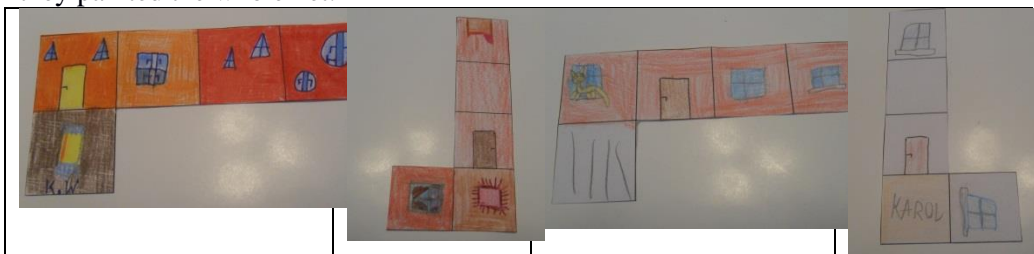
Natalia orientated very well in the arrangement of the single elements towards each other. She could make a “net” of house without relating to the physical three-dimensional model. In justification of the correctness of the task solution she referred to the relations which took place between the single elements of the construction. The cube block was the obstacle for her – it did not make the work easier, but made difficult the justification of the task correctness. Thus the girl put the cube block aside and in her explanations she used only representation, where the single elements of house will be placed after putting them together.

Students' work during 5th classes:

During the meeting students received only the nets of the cubes, on which in one place was painted the doors. The task of students was to draw on the other squares such elements that after putting the net together the model of the room came into being.

After receiving the nets some of the students asked about cube blocks. All students started their work from putting the net together into the cube. Students who had cubes covered them up with the nets. Others bent the net along the borders. Then they put the model in such a way that the wall with the doors on it was opposite to them. Then they look at their cube, unfolded it and then they painted the

windows on one of the walls. Then again they put the net together and checked if the picture, which they made, is in the correct place. They repeated these actions till they painted the whole net.



Picture 15. Examples of students' works

The task became easy for the students. The possibility of manipulation of material on which they work, has really helped them to find the solution. Expand and collapse the model allowed them to verify hypotheses connected with keeping further characteristic features of the house. Describing their work and justifying put specific items on each field students referred to the relative position of the walls in a cube. Here students based on the experience from the previous classes. Only a few students still need a physical model of the cube to work on a task. Others referred to the mental model of the solid. They could easily make a model plane in a cubic shape.

Students' work during 6th classes:

Students were surprised that this time they worked with the flat objects. Because they could not bend the nets, as it they did during the previous classes, so they tried to find another way to complete the task. It was possible to identify three strategies of students' work during the first part of the classes:

1. *"bendings" of the paper with the net drawn on it* in order to check if they perform the task correctly - students started to colour the received net and when the pattern ended on the one square and it should be continued on the next square they bend the paper along the edges of the future cube and checked in which place the pattern should be continued. Students from this group often made mistake while they were colouring the first net and they wanted to avoid it in the next task, they used the described above strategy. It was a group of students who need the physical experience with the putting the cube together from the net. They didn't have fully worked out general model for the situation net-cube.



Picture 16. Example of „bendings” of the paper

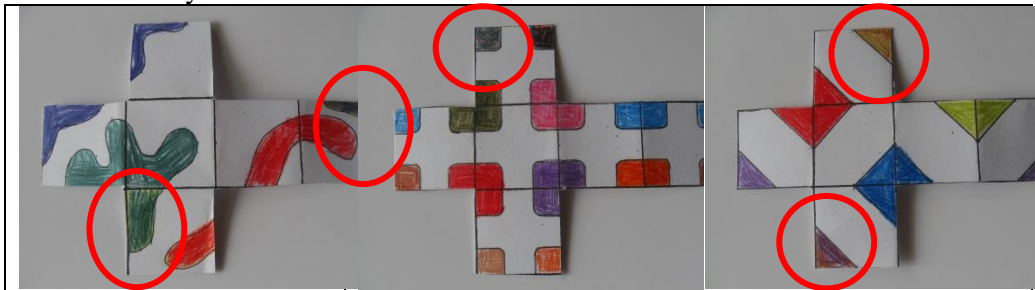
2. *Helping themselves with gestures* – students didn't bend the paper with the net painted on it, but they showed with gestures where the single elements would be placed in the three-dimensional model. They clearly pointed the first element putting the left hand perpendicularly to the table and to the net of the cube placed on it. They were following with their eyes the elements from the drawn net and they moved their right hand in such a way to show the placement of them in the real model. In this way students “found” the element on which the pattern was continued. This group of students had their own “general model” which let to build the cube from the net. However, this model was still in the stage of forming and improvement hence the gestures helped in correct orientation in three-dimensional reality. It seems that three-dimensional geometry was for them the dynamical “phenomenon” and because of this they need the movement to move from the 2D representation to 3D representation.
3. *Clear abstraction* – students used only their own imagination. They marked quickly the elements with the same colour. After colouring the whole net the immediately cut it off and stick the model of cube together. They often limited their work to marking the “main” pattern ignoring the background. It seems that the colouring of the whole was the essence of the task. The more important was to point on which of the walls the pattern would be continued. For this group of students movement from the two-dimensional representation to three-dimensional representation wasn't a problem. They were perfectly oriented in the three-dimensional dependencies and corresponding with them dependencies on the plane.



Picture 17. Students' works – painting whole net and after that cutting them

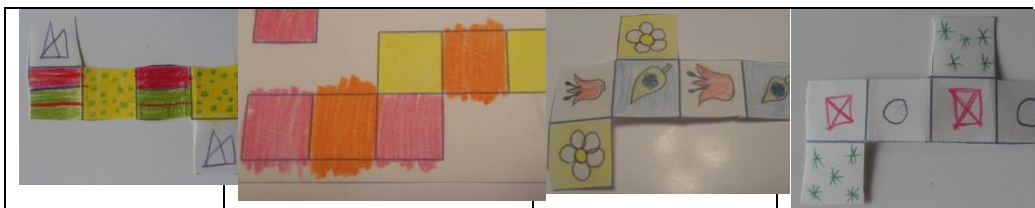
Some students used only one strategy during their work. But sometimes they changed the way of working during the solving the task. After finished the first net

they noticed a mistake in their work. Therefore, in the further work they began to control the correctness of execution. Usually students started to fold the paper. In some cases they tried to repair their mistakes and they coloured the net once again in the correct way:



Picture 18. Attempt to repair mistakes

During the second part of the 6th meeting students painted (coloured) different nets. There was only one rule: the opposite sides should be coloured in the same way. This time students got eight different nets and they were asked to not bend the paper during their work. For many students this task was easy and they created very interesting nets (Picture 7 and 19):



Picture 19. Nets coloured by students during the second part of the 6th classes

Only a few students did not understand the rule “opposite sides are the same”. They understood the “opposite” sides as the neighbouring ones. And that rule they used in their work.



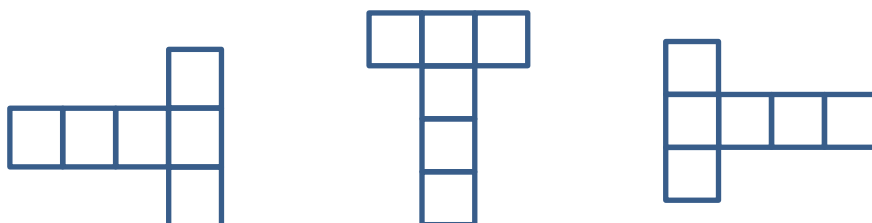
Picture 20. Mistakes in the students' works.

Students' works during the 7th classes

The crowning of the whole series of classes with the students from the 3rd grade was the last meeting, during which they had to create different nets of cube, here called “pattern of the clothing for the Mr Cube”. Students approached to the

task spontaneously and creatively. Having six identical squares they tried to place them in such a way to create the net of the cube. Students checked the propositions for each other.

They argued if given net fulfils the conditions of the task. They eliminated alone such nets, which could be received by rotation of the initial net around their axis, regarding them as the nets of the same kind.



Picture 21. Nets treated by students as the same

As a result of common work students created sixth different nets of the cube.



Picture 22. The nets of the cube created by students during the 7th classes

Summary

For 8-9 years old students the classes were the new form. For the first time they have seen the net of the cube. They created their own nets basing only on their own intuition. It turned out that they are able to cope with the task demanding the usage of three-dimensional imagination in very good way. They could, in fast way, notice the correlation between the sides and the edges in the cube and use the perceived earlier correlations in their work. They did not approach the full net of a cube, however, there appeared two ideas how it should look like. The first one concerned the structure of the connected elements in one row, what can be identified as the ring road of the cube. The second approach was connected with the awareness of cutting the cube along the perpendicular edges till the basis and putting it flat.

During the classes the students turned out to be open to new challenges. They approached creatively to the presented to the problem. Care about the details of the created houses can testify about huge interest in the presented subject.

At the beginning of classes students did not refer to the reciprocal arrangement of the walls and while describing the cube they used the colloquial language (at the top, at the bottom, on the side, corner of the walls). During the last classes in the description of the reciprocal arrangement they used the terms in more precise way (opposite, common edge, vertex). It seems that the series of classes can be good introduction to the work concerning the development the three-dimensional imagination and connected with it students' mathematical language.

M. Hejný (2004) in his theory of the development of student's mathematical knowledge writes that it is very important in the learning process to gain experience, which are the basis for the creation of formal mathematical knowledge. For third grade students presented a series of activities has been very good opportunity to gain just such experiences.

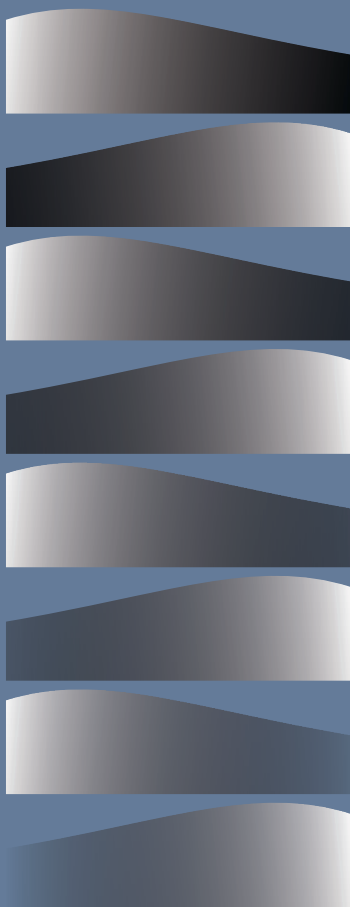
References

- HEJNÝ, M. a kolektív. 1990. *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava : SPN, 1990.
- HEJNÝ, M. 2004. Mechanizmus poznávacího procesu In : HEJNÝ, M. – NOVOTNA, J. – STEHLIKOVÁ, N. (Eds.) *Dvadsať päť kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004, p. 23-42.
- JIROTKOVÁ, D. 2010. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie*. Praha : Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2010. 332 p. ISBN 978-80-7290-399-3
- SWOBODA, E. 2006. *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu się i nauczaniu dzieci*. Rzeszów : Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2006. 244 p. ISBN 978-83-7338-184-1
- SWOBODA, E. 2009. Geometrical regularities in children's learning. In : SWOBODA, E. - GUNCAGA, J. (Eds.) *Child and Mathematics*. Rzeszów : Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Poland, 2009, p. 42-52. ISBN 978-83-7338-473-6

Recenzent: Marcinek Tibor, Mgr., PhD., Associate Professor



/1/ 2014
ročník XIII.



ISSN 1336-2232



9 771336 223005 02